基于高校数字审美系统的自组织临界性检验与审美不变性拓扑识别的实证研究

袁瑞鑫[1]，黄婕[1]，冯雪阳[1]，华慧[2]，孙思会[2]
1. 南通理工学院，江苏 南通 226002
2. 单县技工学校，山东 菏泽 274000
DOI: 10.61369/RTED.2026190043

摘　　要： 数字化美育需可量化认知。本文基于 r/place 数据，构建“宏观动力 + 微观拓扑”双层框架。宏观上，幂律、1/f 噪声与 DFA 显示系统处于近临界，Hurst 跨窗稳定 >1.25（R^2>0.98），C=15.68，具强长程记忆与超扩散。微观上，将个体审美映射为 ClELAB 点云，经扩散映射与持续同调发现：82% 个体存在显著“审美不变性”，H_0连通分量是核心载体，H_1排斥空洞仅 16% 个体具备；K-Means 聚为“高聚焦离散型”与“低聚焦广采型”（轮廓系数0.61）。研究为美育干预时机与差异化策略提供量化依据。

关 键 词： 数字美育；自组织临界性；持续同调；r/place；审美不变性

An Empirical Study on Self-organized Criticality Test and Topological Recognition of Aesthetic Invariance Based on University Digital Aesthetic System

Yuan Ruixin[1], Huang Jie[1], Feng Xueyang[1], Hua Hui[2], Sun Sihui[2]
1.Nantong Institute of Technology, Nantong, Jiangsu 226002
2.Shan County Technical School, Heze, Shandong 274000

Abstract: Digital aesthetic education requires quantifiable understanding. Based on r/place data, this paper constructs a dual-layer framework of "macro dynamics + micro topology." At the macro level, power-law, 1/f noise, and DFA analyses show that the system is near-critical; the Hurst exponent remains stable across windows at >1.25 (R^2 > 0.98), with a criticality index C = 15.68, indicating strong long-range memory and superdiffusion. At the micro level, individual aesthetic behavior is mapped into ClELAB point clouds. Through diffusion maps and persistent homology, 82% of individuals are found to exhibit significant "aesthetic invariance"; H0 connected components are the core carriers, while H1 repulsive cavities exist in only about 16% of individuals. K-Means clustering identifies two mainstream aesthetic structures, "high-focus discrete type" and "low-focus broad-sampling type" (silhouette coefficient 0.61). This study provides quantitative evidence for identifying intervention timing and designing differentiated strategies in aesthetic education.

Keywords: digital aesthetic education; self-organized criticality; persistent homology; r/place; aesthetic invariance

引言

当前，数字化浪潮正深刻重塑大学生的审美方式，2023年教育部提出“以数字技术赋能美育”，数字化审美已成时代命题[1]。然而，审美潮流以周、天为单位快速更迭，算法推荐与群体模仿交织，美育工作者仍依赖经验直觉，缺少客观描述审美演化规律的科学工具。本课题聚焦两大问题：宏观上，审美潮流爆发是随机事件还是系统内在动力学的必然；微观上，个体审美偏好差异背后是否存在稳定、可被数学描述的“审美不变性”。唯有同时回答二者，美育干预才能从经验直觉走向系统介入。

南通理工学院江苏省大学生创新创业训练计划项目“高校数字审美系统的自组织临界性检验与审美不变性拓扑识别研究——基于流形学习与持续同调的分析路径”，项目编号：X2026120560006。

 Copyright © This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License

一、文献综述

自组织临界性（SOC）由 Bak 等提出[2]，沙堆模型表明系统在临界态下微小扰动即可触发任意规模雪崩，其幂律分布等标度特征已在地震、生态及社会传播领域获得验证，为判定审美系统宏观状态提供了判据。持续同调（Persistent Homology）可从高维数据提取跨尺度稳定的拓扑特征，对噪声鲁棒，已广泛应用于生物、材料与专利网络分析[3][9]，为识别个体“审美不变性”提供了方法支撑。计算美学领域，CLIP 等深度表征模型已能将视觉审美信息压缩至低维连续嵌入空间[4]，证实了“审美流形”假设的可行性[5]。然而，现有研究多将二者割裂，尚未见将自组织临界性与持续同调贯通于数字审美系统的实证，这正是本课题的切入点[6][7][8]。

二、研究设计与实证分析

（一）符号体系与变量定义

设 t_i 为第 i 条行为记录的 UTC 时间戳，T 为总时间跨度；N 为审美事件规模，d 为审美事件持续时长；M 为系统规模（活跃用户数或参与学生数）；α 为幂律指数，β 为功率谱衰减指数，H 为 Hurst 指数；β_0、β_1、β_2 为0阶、1阶、2阶贝蒂数，分别对应连通分量、环状空洞与空腔；p 为拓扑特征的持久性，其中 b 为出生尺度，d 为死亡尺度。

（二）数据预处理层建模与基础统计结果

1. 数据预处理

不同数据源的时间戳在格式和时区上并不统一，如果直接混用，事件时序的划分和跨窗口比较都会出问题。我们把所有原始时间戳统一转换为 datetime64[ns,UTC] 格式，按时间升序全局排序，并据此定义总时间跨度 $T=\max_i t_i-\min_i t_i$。这样得到的统一时间轴，就成了后续事件时序划分、时间序列分析以及跨时间窗口对比的共同基准[10][11]。

色彩方面，原始 r/place 数据采用 sRGB 硬件色彩编码，这个空间里的欧氏距离和人眼实际感知并不一致。如果直接在 sRGB 上算色彩距离，个体对色彩差异的感知会被扭曲，点云结构和后续拓扑分析也会跟着受影响。所以我们按 CIE 标准两步法把 sRGB 转成 CIELAB 感知均匀色彩空间：先做伽马校正，把非线性编码还原成线性光强；再在 D65 白点下经 XYZ 矩阵变换和非线性映射，最终得到亮度、绿红轴、蓝黄轴三个感知色彩分量。转换之后再算色彩距离，就更贴近人眼的真实感知，也避免了 sRGB 非线性带来的点云结构失真[12]。

2. 预处理数据统计结果

表1 预处理后的指标统计结果

指标	数值
总像素放置数	160,353,104
独立用户数	10,381,163
起始时间	2022-04-01T12:44:10.315+00:00
终止时间	2022-04-05T00:14:00.207+00:00
总时间跨度	约83.5小时（3.48天）
画布范围	$x\in[0,1999], y\in[0,1999]$（2000×2000像素）
网格单元大小	20×20像素

（三）宏观动力学建模与自组织临界性检验

1. 事件规模幂律分布检验

我们假设事件规模服从幂律分布，用最大似然估计（MLE）拟合幂律指数：

$$\alpha=1+M\left[\sum_{i=1}^{M}\ln\frac{s_i}{s_{min}}\right]^{-1}$$

截断阈值由 Kolmogorov–Smirnov 统计量自动选取。为避免把别的分布误判成幂律，又把幂律拟合分别和指数分布、对数正态分布做了似然比检验。结果在大事件截断区间内，幂律对指数分布的似然比检验 p=0.022，对对数正态分布 p=0.037，均达到显著水平。这说明核心事件区间里系统确实呈现无标度分布特征，幂律可以较好地刻画跨尺度审美事件的规模分布。

2.1/f 噪声功率谱检验

接着对事件规模时间序列做快速傅里叶变换，看功率谱密度在低频段的衰减规律：$S(f)\propto f^{-\beta}$，若衰减指数 β ≈1时系统表现出1/f 噪声，则说明存在长程时间相关性。初步频谱分析显示，低频段功率谱衰减指数 $\beta=0.87$，落在95%置信区间为 [0.76,0.98]，整体接近1/f 噪声的典型区间附近；换到粗粒度时间窗口后，指数会往布朗噪声方向偏，这是有限系统尺寸带来的边界约束，不影响主结论。

3. 去趋势波动分析与自相似性检验

最后用去趋势波动分析（DFA）算 Hurst 指数，检验序列在不同观测尺度下是否保持统计自相似。具体做法是对累积离差序列计算波动函数：$F(n)\propto n^{H}$，由波动函数随尺度的幂律关系得到 Hurst 指数 H；H 稳定说明序列在多尺度下自相似，也能和随机游走区分开，排除伪临界。

实证结果：60秒窗口下 H=1.248（R^2=0.989），300秒窗口下 H=1.296（R^2=0.990）。两个窗口的 H 都明显大于1而且彼此接近，说明序列带有很强的长程记忆和趋势项，整个系统处在集体持续扩张驱动的超扩散过程中。

4. 综合判定与临界度指标

综合三重判据，我们可知：高校数字审美系统在宏观上还没达到严格的理想自组织临界态，但已经进入高度敏感的近临界区间。

为进一步确认这种临界性是系统内部交互规则带来的、而非外部驱动的假象，我们引入系统规模 N 做有限尺度缩放分析：如果临界性真的源于内部交互，不同规模下的事件规模分布经重标度后应坍缩到同一条普适曲线上

$$P_L(s)=s^{-\alpha}f\left(\frac{s}{L^{D_f}}\right)$$

Copyright © This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License

其中 D_f 为分形维数，$f(\cdot)$ 为普适标度函数。在此基础上定义临界度指标 C：

$$C=\frac{H}{\alpha-1}$$

它可以理解成系统距离相变临界点的“系统温度”：C 越大，系统越接近全局审美相变的临界点。样本算得 C=15.68，可作为美育干预时机的量化监测阈值，也为后续模型修正和干预时机的敏感性分析提供基准参照。

（四）微观拓扑建模与审美不变性检验

1. 数据输入与降维预处理

微观拓扑分析以个体为单位。基于前面得到的 CIELAB 感知色彩特征（L^*、a^*、b^*），我们把每个用户离散、稀疏的审美行为转成连续的特征向量，这样任意一个用户的全部行为就构成了一个高维点云：

$$X_u=\{x_1,x_2,\ldots,x_n\}\subset R^D$$

其中 D 为原始表征维度。由于高维点云直接做拓扑计算容易被采样噪声干扰，所以用扩散映射把它投影到低维流形上：先构建权重矩阵衡量点与点之间的局部相似性：$W_{ij}=exp\left(-\frac{|x_i-x_j|^2}{\sigma^2}\right)$，再由对角矩阵构造度矩阵，进一步得到马尔可夫转移矩阵：$P=D^{-1}W$，对该转移矩阵做特征分解 $P\psi_k=\lambda_k\psi_k$ 后取前 d 个特征分量构造扩散坐标，就得到了低维嵌入：$Y_u\subset R^d$（$d\ll D$）。

这一步有两个好处：一是拓扑计算的复杂度大幅下降，采样噪声被滤掉，审美结构本身的几何形态得以保留；二是低维嵌入同时给出了审美语义坐标，后面提取到的抽象拓扑特征可以顺着这些坐标映射回具体的风格类型。

2. 个体审美拓扑特征提取与稳定性检验

拿到低维点云后，我们要从中提取稳定的结构性特征。我们对个体点云 Y_u 构建 Vietoris-Rips 复形，随着尺度参数逐步增大，追踪各个拓扑特征的出生尺度 b 和死亡尺度 d，以 $pers=d-b$ 定义特征的持久性，并生成持久性条形码图、提取各阶贝蒂数。

三个贝蒂数阶次的含义不同：0阶贝蒂数 β_0 刻画个体审美选择是聚合还是离散；1阶贝蒂数 β_1 对应审美空间里的结构性排斥区域，也就是个体系统性回避的风格区间；2阶贝蒂数 β_2 则度量更高维的几何空洞。

只看一个时间截面不够，得做统计检验。我们用置换检验来评估显著性：把个体点云随机打乱 N_{perm} 次来模拟“审美完全流动随机”的零假设，统计零假设下出现同等强度稳定特征的频次，据此算出 p 值：$p=\frac{count\left(R^*\geq R_u\right)}{N_{perm}}$（其中 R_u 为真实数据下稳定特征的计数），若 $p<0.05$ 则拒绝零假设，支持稳定审美结构的存在。另外，算法参数本身也可能制造假阳性。我们遍历了 Vietoris-Rips 最大尺度、持久性判定阈值、流形嵌入目标维度三类参数并重复全部稳定性检验，仅当所有参数组合下结果高度一致时认定结构具有真实性。

实证结果分两块看。置换检验方面，82% 的用户 p<0.05，剩下少数用户落在 0.05 - 0.10 的边缘显著区间；群体层面可以显著拒绝“审美完全流动随机”的零假设，为个体稳定审美不变性的存在提供了统计支撑。少数没通过严格 0.05 阈值的个体，对应的是审美认知流动性较高的样本，为后续类型学划分中的低聚焦群体奠定基础；多参数遍历结果显示，0 阶贝蒂数对应的连通分量特征在绝大多数参数组合下都保持稳定，持久性指标波动极小，鲁棒性很强，而 1 阶环状空洞特征受参数扰动影响较大，识别结果波动明显，其中 2 阶贝蒂数在所有参数组合下均为 0，未检测到二维空腔结构，进一步看，$\beta_1\geq 1$ 的个体只有 8 人，占样本 16%，而且 H_1 特征的最大持久性仅为 0.00147，比 H_0 连通分量的持久性小三个数量级。这说明“审美排斥空洞”是弱信号特征，只出现在少数个体身上，不具备普遍性。

3. 审美不变性的类型学划分

将拓扑不变量与语义坐标（SemanticCoord，来自流形低维嵌入，标记空洞和连通分量在审美风格空间中的位置）构成的二元组定义为审美不变性，据此对通过检验个体做 K-Means 聚类，划分典型审美结构，连接拓扑特征与美育策略。对 50 名用户聚类得三类：20 人、29 人、1 人，轮廓系数 0.61，区分良好。前两类为主流，命名为高聚焦离散型与低聚焦广采型；第三类仅 1 人，属离群个案，不纳入主流归纳。该分型为差异化美育设计提供依据。

三、结束语

（一）宏观时间序列呈显著近临界动力学。

DFA 两窗口一致：60 秒 H=1.248（R^2=0.989），300 秒 H=1.296（R^2=0.990）。结合幂律与 1/f 噪声谱，系统受强长程记忆驱动、呈超扩散，未达严格自组织临界，但已高度敏感近临界。H>1 且跨窗稳定，表明增长具长程记忆与强趋势，事件强度持续放大而非随机；C=15.68 量化其接近临界点程度，可判断集体审美活动如何累积放大，并辅助确定美育干预时机。

（二）个体审美结构主成分是“聚合”而非“排斥”。

持续同调显示，H_1 空洞最大持久性仅 0.00147，比 H_0 连通分量（约 1 量级）小三个数量级。持久性指拓扑特征随尺度存活的区间长度，决定其能否成稳定骨架。H_0 高持久性通过置换检验与多参数鲁棒性检验，构成审美惯性拓扑基础；H_1 极小，说明审美以连通聚拢为主，几乎不靠回避空洞定义自身。故核心是正向聚集连通结构，而非负向排斥边界；考察一致性应侧重正向聚集。

（三）空洞（排斥区间）是少数个体的弱特征，非普遍结构。

$\beta_1\geq 1$ 者仅 8 人（16%），84% 无审美排斥空洞，说明“喜欢什么”（聚拢）比“不喜欢什么”（排斥）更普遍。排斥区间强度极弱（持久性小三个数量级）且存在性低，属少数特异特征，

 Copyright © This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License

而非高校学生普遍结构。美育诊断应少看“回避什么”，多看“聚集什么”；“多排斥空洞型”可作理论分型，待大样本验证。

（四）类型学呈“两主导 + 一离群”稳定分化。

基于全体拓扑特征做 K-Means（k=3），得20/29/1三类，轮廓系数0.61。多数个体落在两个规模相近的主导类型（约40%和58%），仅1个离群。群体已分化出高聚焦离散型与低聚焦广采型两类主流，整体仍演化但核心分型具统计显著性。美育干预应以两主导为锚，分别匹配渐进拓展与宽谱培育，并个别关注离群个体。

参考文献

[1] 中华人民共和国教育部 . 教育部关于全面实施学校美育浸润行动的通知（教体艺〔2023〕5号）[EB/OL].(2023-12-22)[2026-03-14].https://hudong.moe.gov.cn/srcsite/A17/moe_794/moe_628/202401/t20240102_1097467.html.

[2]Bak P,Tang C,Wiesenfeld K.Self-organized criticality[J].Physical Review A,1988,38(1):364-374.https://journals.aps.org/pra/abstract/10.1103/PhysRevA.38.364.

[3]Edelsbrunner H,Letscher D,Zomorodian A.Topological persistence and simplification[J].Discrete&Computational Geometry,2002,28(4):511-533.https://arxiv.org/abs/math/0207018.

[4]Radford A,Kim J W,Hallacy C,et al.Learning transferable visual models from natural language supervision[C]//Proceedings of the 38th International Conference on Machine Learning.PMLR,2021:8748-8763.https://arxiv.org/abs/2103.00020.

[5]Hossain M S,Oommen T,Chen L.CLIP knows image aesthetics[J].Frontiers in Artificial Intelligence,2022,5:976235.https://www.frontiersin.org/journals/artificial-intelligence/articles/10.3389/frai.2022.976235/full.

[6] 钟慧，邱吕琳，张志坚，等 . 基于持续同调的在线社交网络关键节点发现方法 [J]. 系统科学与数学，2022,42(8):2157-2179.https://sysmath.cjoe.ac.cn/jweb_xtkxysx/CN/10.12341/jssms22035.

[7] 邱吕琳，张志坚，蔡光程，等 . 基于持续同调的在线社交网络传播研究 [J]. 软件导刊，2022,2(2):73-80.http://dianda.cqvip.com/Qikan/Article/Detail?id=7106666448.

[8]Wang Y,Li X.Persistent Homology Combined with Machine Learning for Social Network Activity Analysis[J].Entropy,2024,26(4):312.https://pmc.ncbi.nlm.nih.gov/articles/PMC11764698/.

[9]Carlsson G.Topological data analysis[J].Bulletin of the American Mathematical Society,2009,46(2):255-308.https://arxiv.org/abs/0809.4030.

[10]Wu Y,Silva A.Large-scale collective dynamics in the three iterations of Reddit r/place[EB/OL].(2024-08-21)[2026-03-14].https://arxiv.org/html/2408.13236v2.

[11]Beekman C,Baggio J A.Compression in cultural evolution:Homogeneity and structure in the emergence and evolution of a large-scale online collaborative art project[J].PLOS ONE,2018,13(6):e0202019.

[12]ISO/CIE 11664-4:2019,Colorimetry—Part 4:CIE 1976 Lab*colour space[S].Geneva:International Organization for Standardization,2019.

Copyright © This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License