

《矩阵论》课程的“知识传授、价值引领、科教融合”的教学模式研究

王诗云

沈阳航空航天大学, 辽宁 沈阳 110000

DOI: 10.61369/RTED.2026100037

摘 要 : 《矩阵论》课程作为工科研究生必修数学基础课之一, 对于锻炼数学思维以及提高科研素养方面有较强的作用。我们针对该课程的特点, 结合教学团队的科研背景, 构建了“价值引领、知识传授、科教融合”的教学模式, 弘扬“学以致用, 科技报国”的价值观与“认真严谨、求真务实”的学术品质。

关 键 词 : 矩阵论; 价值引领; 科教融合

Research on the Teaching Model of "Value Guidance, Knowledge Impartation, and Science-Education Integration" for the Matrix Theory Course

Wang Shiyun

Shenyang Aerospace University, Shenyang, Liaoning 110000

Abstract : Matrix Theory, as one of the compulsory foundational mathematics courses for engineering graduate students, plays a significant role in cultivating mathematical thinking and enhancing research literacy. In light of the course's characteristics and the research background of the teaching team, we have developed a trinity teaching model of "value guidance, knowledge impartation, and science-education integration," promoting the values of "learning for practice, serving the nation through science and technology" as well as the qualities of "rigorousness, truth-seeking, and pragmatism."

Keywords : Matrix Theory; value guidance; science-education integration

引言

“课程思政”是当前中国高等教育乃至基础教育改革的核心方向之一^[1-4]。课程思政的核心在于挖掘课程中蕴含的思想政治教育资源和内在的育人功能, 实现知识传授、能力培养与价值引领的有机统一, 形成与思想政治理论课同向同行的协同效应^[5,6]。

矩阵论课程作为工科研究生必修的重要的数学基础课之一, 对于锻炼学生数学思维以及提高学生数学素养方面有较强的作用。该课程具有比较鲜明的特点: 逻辑严谨, 概念抽象, 证明过程构造性强。因此, 研究如何提高学生的学习效果, 如何开展课程思政, 是本课程的目标。我校的《矩阵论》课程教学团队多年来深耕科研与教学第一线, 经多年实践, 形成了三个课程思政的重点方向: 知识传授、价值引领、科教融合。

一、知识传授——数学素养与优秀学术品格相融合

鉴于矩阵理论内容较为抽象、推演过程相对繁杂, 我们在教学中适度减少 PPT 的使用, 针对难以理解的理论和抽象概念进行追本溯源, 更多采用板书推演的方式, 辅以耐心细致的讲解, 并注重与学生已有知识建立联系。教师通过一点点的板书、一步步的推导, 与耐心的分析与讲解, 带领学生逐步深入到本课程的核心思想和理论。培养了学生思维的逻辑性、条理性和精确性。数学结论不容含糊, 对就是对, 错就是错, 有助于培养学生诚实、严谨、一丝不苟的品格。矩阵论概念抽象, 证明与计算繁难, 通过带领学生大量的推演训练, 引导学生正确面对学业和科研中的挫折, 培养了他们坚韧的意志品质和批判与反思的精神。

例如, 在讲解函数空间的标准正交基时, 引导学生联想其与傅里叶级数的关联; 在引入约当矩阵时, 从某些矩阵无法相似于对角矩阵这一问题出发; 在介绍哈密尔顿-凯莱定理时, 以化简矩阵多项式为切入点; 待定系数法则从大除法自然引申, 最小多项式的概念又从待定系数法引出, 而条件数的概念则结合方程组误差的推导过程加以呈现。通过这样的课程设计与教学组织, 引导学生真正进入思考状态, 不仅有效提升了教学效果, 也在潜移默化中培养了学生思维的逻辑性、条理性和专注力。

教师严谨的教学态度, 也在润物无声中帮助学生养成诚实、严谨、一丝不苟的品格。考虑到大多数学生未来将从事金融、统计、工程等领域的工作, 我们在教学中特别强调数学计算的精确性, 引导他们认识到计算精度关乎重大决策与人民生命财产安

全，从而在专业学习中逐步建立起高度的责任感与精益求精的职业精神。

具体教学案例：最小多项式的引入与应用：

Step 1 引入问题 1：带领同学们思考如下问题：待定系数法的实现，依靠的是特征多项式和余数多项式，需要余数多项式的系数，

$$\begin{array}{ccc} f(\lambda) = g(\lambda)\phi(\lambda) & + & r(\lambda) \Rightarrow f(A) = r(A) \\ \vdots & & \vdots \\ \text{特征多项式, } n\text{次} & & \text{余数, } (n-1)\text{次} \end{array}$$

那么余数多项式的次数是越高越好还是越低越好呢？是什么决定了余数多项式的次数呢？如果想降低余数多项式的次数，该从何入手呢？

Step 2 解答问题 1+ 引入问题 2：引导同学们从待定系数法的实现过程发现，替换除数多项式也就是特征多项式才是根本的简化运算的方法。教师提问“什么样的多项式才能替换掉特征多项式？”学生思考后，会发现，要想解答这个问题，首先需要研究“特征多项式为什么能够做除数呢？他的特点是什么”？

Step 3 解答问题 2+ 引入零化多项式的概念：带领学生总结特征多项式的特征，学生思考后，给出分析：以该矩阵为根的所有多项式都可以替代特征多项式做除数。从而引出“零化多项式”的概念。

$$\begin{array}{ccc} f(\lambda) = g(\lambda)h(\lambda) & + & r(\lambda) \Rightarrow f(A) = r(A) \\ \vdots & & \vdots \\ \text{零化多项式, 次数不定} & & \text{余数, 次数} = h\text{的次数} - 1 \end{array}$$

Step 4 引入问题 3+ 引入最小多项式的概念：教师提问“在所有的零化多项式，哪一个最适合用作待定系数法的除数呢”注：经过上面的一系列铺垫，学生很容易得到“最小多项式”的结论。

$$\begin{array}{ccc} f(\lambda) = g(\lambda)h(\lambda) & + & r(\lambda) \Rightarrow f(A) = r(A) \\ \vdots & & \vdots \\ \text{零化多项式, 次数越小越好} & & \text{余数, 次数} = h\text{的次数} - 1 \end{array}$$

Step 5 讲解最小多项式的定义：次数最小的首 1 的零化多项式。

Step 6 利用最小多项式计算复杂的矩阵多项式函数：通过具体算例，同学们发现，用最小多项式做除数比原来的特征多项式简便很多。

$$\begin{array}{ccc} f(\lambda) = g(\lambda)m(\lambda) & + & r(\lambda) \Rightarrow f(A) = r(A) \\ \vdots & & \vdots \\ \text{最小多项式, 次数} \leq n & & \text{余数, 次数} = m\text{的次数} - 1 \end{array}$$

上面的这个引入问题的方式，很自然的引导学生去思考去发现，通过自己的努力与思考解决了问题，获得了“成就感和幸福感”。在这个过程中，培养了学生思维的逻辑性、条理性和精确性，也锻炼了学生正确面对学业和科研中的挫折时坚韧不拔的意志品质。

二、价值引领——矩阵理论与家国情怀相融合

本课程通过矩阵理论在航空航天、数据科学、人工智能等关键领域的广泛应用背景、以及中国数学家与科学家攻坚克难、服

务国家的感人事迹，构建了矩阵理论与家国情怀相融合的育人路径。例如，在讲解矩阵的奇异值分解时，我们结合其在图像压缩与人脸识别中的应用，介绍我国在 AI 安防、遥感图像处理等领域的领先成果，启发学生思考如何运用所学知识服务社会民生与国家安全，从而增强他们的忧患意识与使命担当。同时，我们在课程中有机融入中国数学家与科学家攻坚克难、服务国家的感人事迹。

具体教学案例：条件数的定义

在讲解线性方程组“条件数”时，介绍冯康院士独立于西方创立“有限元方法”的故事（有限元方法的一个重要的实施步骤就是求解大型的线性方程组），突出其原始创新精神以及对国家重大工程计算的深远贡献，激发学生的民族自豪感与科技报国的志向。通过这样的人物与事件串联，为学生勾勒出矩阵理论发展背后的“精神图谱”，在知识溯源中增强文化自信，在情感共鸣中厚植家国情怀。

三、科教融合——教学内容与科研前沿结合

教学团队长期从事 H- 矩阵的性质的研究，有些科研成果与课程内容高度契合，比如逆矩阵无穷范数的估计，矩阵的舒尔补等。这些理论推导大多以本课程的基础知识为支撑，为我们将矩阵理论的最新科研进展和创新成果有机融入课堂教学提供了良好基础，同时体现了科教融合的育人理念，实现了“以高水平科研反哺教学”的目标，增强了课程的学术性和引领性。比如，在介绍矩阵范数和条件数时，介绍最新发表的关于某些特殊矩阵的逆矩阵的无穷范数估计以及对应的条件数估计^[7]。我们在讲到工程领域中的大型方程组的求解时，介绍最新发表的关于某些特殊矩阵的舒尔补结果，从而为大型方程组降阶^[8-10]。增强学生科技报国的信心和责任感。

具体案例 条件数的引入与应用

Step 1: 有限元方法的实现的关键步骤为解方程组

$$Ax = b$$

在建立模型和具体计算过程中，难免有误差。不妨设 b 存在误差 Δb ，即

$$A(x + \Delta x) = b + \Delta b$$

Step 2 详细推导相对误差

$$\frac{\|\Delta x\|}{\|x\|} \leq (\|A\| \cdot \|A^{-1}\|) \frac{\|\Delta b\|}{\|b\|}$$

：

条件数： $\text{cond}(A)$

Step 3 介绍不同范数下的条件数定义。

Step 4 提问和分析计算条件数的困难：

$$\text{cond}(A) = \|A\| \cdot \|A^{-1}\|$$

：

易求 如何求？

Step 5 介绍目前科研最新的关于逆矩阵的无穷范数的结果，给大家展示一些最新科研结果。例如，H- 矩阵各类逆矩阵的无穷

范数的估计。

Step 6 举例：借用最新的关于 H- 矩阵各类逆矩阵的无穷范数的估计结果^[7]，计算从有限元方法中得到的刚度矩阵的条件数，说明该方程组的解是稳定的。

$$A = \begin{bmatrix} 2i & i & & & & \\ i & 4i & i & & & \\ & i & 4i & i & & \\ & & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & & i & 4i & i \\ & & & & i & 2i \end{bmatrix}, \text{cond}(A) \leq 5$$

Step 7 介绍大型方程组的求解与病态方程组的求解是很多重大科技问题的核心。例如，大规模线性方程组的求解是芯片电路

仿真的核心。强调高性能矩阵计算算法是 EDA 软件乃至整个芯片产业的基础，而我国在此领域正面临“卡脖子”困境，激发学生投身基础软件研发的责任感。让学生们有对“学以致用”的思考和欣喜。激发学生科技报国的责任感。

四、结语

本课程打破传统教学模式，将前沿成果转化为教学资源、将行业需求融入课程设计，将价值引领、品格塑造融入知识传授过程。实现了知识传授、能力培养与价值引领的有机统一。本课程的教学经验具有较强的可推广性，可为其他学科的教学改革提供有益借鉴。

参考文献

- [1] 曹文泽. 以课程思政为抓手创新育人手段 [N]. 学习时报, 2016-12-26(01).
- [2] 董勇. 论从思政课程到课程思政的价值内涵 [J]. 思想政治教育研究, 2018(05).
- [3] 朱飞. 高校课程思政的价值澄明与进路选择 [J]. 思想理论教育, 2019(08).
- [4] 汤苗苗, 董美娟. 高校课程思政建设存在的问题及对策 [J]. 学校党建与思想教育, 2020(22).
- [5] 黄敏. 工科研究生《矩阵理论》课程创新性教学方法的探讨 [J]. 贵州师范学院学报, 2010 (03) : 12-15.
- [6] 刘碧玉, 刘庆平, 唐先华. 工科研究生矩阵理论课程教学改革的探索与实践 [J]. 数学理论与应用, 2013, 33 (01) : 125-128.
- [7] Yun Li, Shiyun Wang, An infinity norm upper bound for the inverse of SDD₁ matrices and the application in linear complementarity problems, Communications on Applied Mathematics and Computation, 2025, <https://doi.org/10.1007/s42967-025-00523-0>
- [8] Shiyun Wang, Yun Li, Wanfu Tian, The Schur complement of SDD₁ matrices and its applications, AIMS Mathematics, 2025, 10(10).DOI:10.3934/math.20251052.
- [9] Shiyun Wang, Dan Liu, Wanfu Tian, Zhen-Hua Lyu, Error bounds for linear complementarity problems of Nekrasov and generalized Nekrasov matrices, Acta Applicandae Mathematicae, 2024, 191(1).DOI:10.1007/s10440-024-00659-w.
- [10] Wang Shiyun, Xiaonan Liang, Yanming Zhou, Zhen-Hua Lyu, Two infinity norm bounds for the inverse of Nekrasov matrices, Linear and Multilinear Algebra, 2024, 72 (10):1643-1656.