

核心素养视域下数学史融概念课教学设计 ——以“一元二次方程的概念”为例

杨凡

绍兴大学, 浙江 绍兴 312000

DOI:10.61369/EST.2026080038

摘 要 : 数学史是数学文化的核心载体, 既是数学知识形成与发展的真实脉络, 也是助力学生深度理解数学本质、感知学科人文价值的重要依托。新课标倡导文化浸润式数学教学, 要求教师立足课堂教学渗透数学史内容, 打破传统机械刷题、被动识记的教学局限, 从而激发学生学习兴趣, 助力学生核心素养的稳步培育。本文以一元二次方程概念教学为切入点, 探究数学史与初中数学概念课堂的融合路径, 优化素养导向下的课堂教学设计。

关 键 词 : 数学史; 一元二次方程; 概念教学; 核心素养

Teaching Design of Integrating History of Mathematics into Concept Lessons from the Perspective of Core Literacy — A Case Study of “The Concept of Quadratic Equations with One Variable”

Yang Fan

Shaoxing University, Shaoxing, Zhejiang 312000

Abstract : As the core carrier of mathematical culture, the history of mathematics records the authentic context of the formation and evolution of mathematical knowledge. It also serves as an important support to help students deeply comprehend the essence of mathematics and perceive the humanistic value of the discipline. The new curriculum standard advocates mathematics teaching integrated with cultural edification, requiring teachers to infiltrate the content of mathematics history into classroom teaching. This teaching mode breaks the limitations of traditional teaching featuring mechanical exercise drills and passive memorization, stimulates students’ learning interest, and facilitates the steady cultivation of students’ core literacy. Taking the concept teaching of quadratic equations with one variable as the breakthrough point, this paper explores the integration paths between the history of mathematics and junior high school mathematics concept classes, and optimizes classroom teaching design oriented at core literacy.

Keywords : history of mathematics; quadratic equations with one variable; concept teaching; core literacy

引言

《2022 版义务教育数学课程标准推行后, 素养导向成为数学课堂改革核心方向^[1]。课标要求教学挖掘数学文化底蕴, 展现学科发展脉络与人文价值。把数学史融入概念教学, 可弥补传统课堂偏重习题训练、忽视知识生成与素养培育的问题。一元二次方程是较早被系统探究的非线性方程, 古巴比伦、古代中国、阿拉伯文明都结合农耕、工程测算推导出二次等量关系, 丰厚史料可支撑初中教学^[2]。融合方程发展史授课, 能帮助学生认清数学源自现实需求^[3]。文章以一元二次方程概念一课为例, 探究数学史融入初中概念课堂的设计方案与实践路径。

一、教学内容分析

(一) 教材知识体系分析

一元二次方程为人教版九年级上册第二十五章开篇知识点。

此前学生已掌握有理数运算、一元一次方程、整式四则运算、完全平方公式、平方与开方运算及勾股定理等知识。平方根相关内容完成有理数到无理数的扩充, 为二次方程计算铺垫运算能力; 一元一次方程的学习, 让学生熟练掌握设元、梳理等量关系、列

项目支持: “十四五”第二批研究生省级教学改革常规项目 [JGCG2024422]。

作者简介: 杨凡 (2003.04—), 女, 汉族, 重庆人, 硕士在读, 从事学科教学 (数学) 方向研究。

式求解的方程建模逻辑。一元一次方程仅含未知数一次项，是线性等量关系，一元二次方程新增未知数二次项，是学生接触非线性代数关系的开端，完善整式方程知识框架。

教材借助生活实例提炼概念，但缺少方程发展历史与符号演化相关内容。单纯依靠例题归纳定义，学生只会机械记忆三条判定条件，难以理解二次方程诞生的现实生产需求，无法感知数学知识的实用起源。

（二）相关数学史料挖掘

一元二次方程的发展贯穿人类文明进程，不同地域的数学家根据土地丈量、建筑施工、赋税分配、几何测算等实际需求独立开展二次等量关系探究，形成了完整的史料脉络，本文筛选适配初中课堂、服务概念重难点的核心史料，主要分为东方史料、西方史料两大板块。

（1）东方史料

《九章算术》作为汉代核心数学典籍，围绕古时农耕量地、工程建造等生产活动整理数学问题，少广、勾股两篇记载大量面积、直角边长相关二次方程实例，独创“开带从平方”筹算之法，专门求解 $x^2+px=q$ 型正系数二次方程，构建起我国早期二次方程计算体系。

北宋刘益所作《议古根源》打破系数只能为正数的固有局限，依托土地截割、几何图形推演出题，率先研究含负系数一元二次方程，催生正负开方术早期思路，丰富古代二次方程的题型范围。

元代李冶撰写《益古演段》完善天元术，以“天元一”代指未知量，搭建古代独有的代数符号体系。该书以土地测算、方圆换算为载体，转变以往依靠几何推导再推算方程的解题方式，直接设元列出规范二次方程，完成几何问题向代数计算的转化。

（2）西方史料

古埃及莫斯科纸草书距今约三千八百年，因尼罗河土地丈量产生诸多面积类二次计算题，古人依靠试值推算，仅能算出整数简单题型，也是现存最早记载二次数量关系的文献。古巴比伦泥板距今四千余年，围绕分地、仓储记录二次计算问题，当时尚无未知数记号，仅凭数字拆拼凑求解，是最早系统研究二次等量关系的文明。公元9世纪花拉子米《代数学》归纳六类正系数二次方程，运用配方法搭配几何推导，确立移项、合并同类项的化简逻辑。

十七世纪笛卡尔建立通用代数符号，以字母区分常数与未知量，敲定 $ax^2+bx+c=0(a \neq 0)$ 标准式，完成二次方程符号化定型。

二、教学设计

本课教学分为史料溯源、概念探究、知识联结、实践运用、总结反思五大板块，全程融合数学史料，融合历史情境、概念推导、知识串联、习题实践与文化感悟开展一体化教学，总课时设置45分钟。第一环节依托中外早期数学史料导入新知，选取古埃及、古巴比伦与汉代《九章算术》相关内容，结合古代分地、

土地测算等生产场景还原二次方程诞生背景。对比学生熟知的一元一次方程制造认知矛盾，顺势引出课堂学习任务，使学生理解数学诞生于现实需求。教师借助多媒体分步呈现三段史料，并讲解对应的历史背景。

情境1：古埃及史料——莫斯科纸草书

这份纸草书是现存最古老的古埃及数学文献之一，收录25道数学问题，诞生于尼罗河沿岸农耕文明，用于土地丈量测算。其中第6题为经典面积问题：矩形面积为12，宽为长的 $\frac{3}{4}$ ，问该矩形的长宽各为多少？

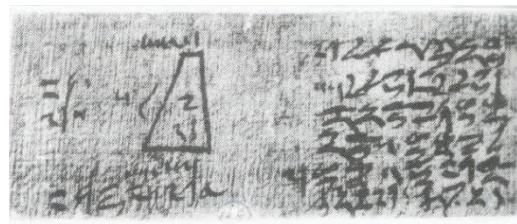


图1

情境2：古巴比伦史料——楔形文字泥板（公元前2000年）

展示古巴比伦泥板文物复原图，四千年前古巴比伦人在土地分配、粮仓存储的生产活动中，系统性地研究二次数量关系。其中有一道经典问题为已知矩形面积60，长比宽多7，求矩形长宽？



图2

情境3：汉代史料——《九章算术》勾股章

展示《九章算术》古籍原图，我国汉代《九章算术》少广章、勾股章中，首次记载开带从平方算法，聚焦土地面积、直角三角形边长测算等实际问题。《九章算术》在“勾股”一章记载今有户高多于广六尺八寸，两隅相去适一丈。问户高、广各几何？译文：现有一扇门，门的高度比宽度多出6尺8寸，门对角两点之间的距离恰好是1丈。请问这扇门的高和宽分别是多少？

情境4：旧知对比情境

回顾旧知，让学生书写一元一次方程，与史料推导的等式对比，直观感知结构差异，激发探究欲。

阶梯问题链：1. 中外古代农耕、丈量场景为何都研究面积差值问题？数学知识本质来源是什么？2. 史料中三个等式与一元一次方程的核心区别是什么？出现了哪种新运算形式？3. 抛开时空差异，这些等式有何共同结构特征？

教师总结：东西方古人在生产实践中均遇到含未知数平方项

的等量关系，一元一次方程无法解决，由此催生新方程模型。本节课将跟随数学家脚步，系统研究这类含未知数平方项的方程——一元二次方程。

【设计意图】以数学史还原方程背景，借新旧知识对比制造认知冲突，用阶梯问题链引导学生归纳，渗透数学文化自信

环节二：提炼等式共性，归纳一元二次方程概念（15分钟）

本环节以小组合作探究为核心，从具体的史料实例出发，逐步归纳共性、抽象定义，结合东西方代数符号发展史、方程化简规则演变史，辨析标准形式与核心限制条件。

（一）分组合作探究活动

将学生分为三大探究小组，分配不同历史素材任务，5分钟小组讨论后展示成果：

一组：整理古埃及问题 $x \cdot \frac{3}{4}x = 12$ 、古巴比伦问题等式 $x(x-7) = 60$ ，展开变形分别为 $\frac{3}{4}x^2 - 12 = 0$ 、 $x^2 - 7x - 60 = 0$ ；

二组：整理《九章算术》面积等式 $x^2 + (x+6.8)^2 = 100$ ，展开变形为 $x^2 + 6.8x - 26.88 = 0$ ；

三组：自主列举2个同类含平方项整式等式，如 $2x^2 = 18$ 、 $3x^2 - 5x = 0$ ；

各小组统一展示化简后的等式，全班共同观察所有式子的共同特征。

（二）归纳共性，生成一元二次方程概念

教师引导学生逐条提炼等式共性，师生共同总结三大判定标准：

- ① 方程中只含有一个未知数（一元）；
- ② 未知数的最高次数是2（二次）；
- ③ 等号左右两边均为整式，不含分式、根式分母含未知数。

基于三条共性，教师给出完整一元二次方程概念：一般地，如果方程中只含有一个未知数，且含有未知数的式子都是整式，未知数的最高次数是2，这样的方程叫作一元二次方程。

（三）融入代数符号演变史料，规范标准形式

教师向学生梳理二次方程符号形式漫长的发展历程。古巴比伦先民处理二次相关计算时，全程依靠文字记录运算过程，依靠固定数字实例演算，属于早期文字代数，运算流程冗长，难以推广使用。公元3世纪，数学家丢番图在《算术》里设计简写符号标记未知量及其乘方，缩写代数就此诞生。9世纪花拉子米所作《代数学》系统梳理各类二次方程，配套对应解法，是代数发展关键节点。16世纪韦达革新数学表达，用字母区分已知数值与未知量，正式创立符号代数。1637年笛卡尔在《几何学》完善符号规范，划定 x 、 y 、 z 为未知元， a 、 b 、 c 代表常数，写出 $ax^2+bx+c=0$ 基础形式，后世数学家不断优化这套符号规则。展示标准方程后，教师抛出思考问题：标准式中 a 不能等于0的原因是什么？学生分组交流并发言，教师补充讲解：若 a 取值为0，二次项直接消失，原式转化为一元一次方程，不再具备二次方程的核心特点，该条件是划分两类整式方程的关键依据。

（四）核心概念术语辨析

结合标准形式明确各项与对应系数： ax^2 为二次项， a 是二次

项系数； bx 为一次项， b 是一次项系数；单独常数 c 为常数项。

【设计意图】依托一系列数学史讲述符号体系的演变逻辑，让抽象的数学概念、符号规则不再生硬，让学生感受历史温度与逻辑深度。小组合作探究锻炼学生归纳概括、合作交流能力。整个环节聚焦抽象能力、推理能力核心素养的培养，同时凸显中国古代代数的卓越成就，深化文化认同。

环节三：习题分层设计，概念迁移运用（10分钟）

本环节分层设置基础巩固习题、现实生活应用题、中国古代数学名题三类题型，由易到难梯度排布，借助历史名题巩固数学建模能力，感受数学知识跨越千年的实用价值。

1. 基础巩固题

① 判断下列式子是否为一元二次方程，并说明理由： $5x^2 = 7$ 、 $4x - 1 = 0$ 、 $\frac{1}{x^2} + 2x = 1$ 、 $3x^2 - 6x = 0$ ；

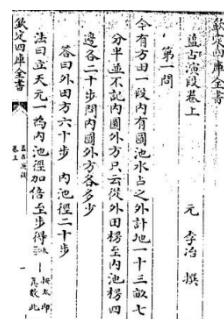
② 将 $x(2x+5) = 8$ 化为一元二次方程标准形式并写出二次项、一次项、常数项及对应系数。

2. 现实生活应用题

长10英尺的梯子斜靠在墙上，梯子的顶端距地面的垂直距离为8英尺。若梯子的顶端下滑1英尺，那么梯子的底端滑动多少英尺？

3. 古代数学名题

① 李冶著有数学著作《益古演段》，书中有一问题：“今有方田一段，内有圆池，水占之外，计地一十三亩七分半，并不记内圆外方，只云从外田楞至内池楞，四边各二十步。问内圆、外方各多少？”译文：现有一块正方形田地，田地中间有一座圆形水池。除去水池水面所占面积，剩余可耕种土地合计13.75亩。若方田的四边到水池的最近距离均为二十步，求内部圆形水池的直径、外部正方形田地的边长各是多少？请列出方程即可。



② 北宋数学家在刘益《议古根源》提出直田积864步，只云长阔共60步。问长、阔各几何？请列出方程。译文：现有一块长方形田地，面积为八百六十四平方步，只知道长与宽相加一共是六十步。请问这块田地的长和宽分别是多少步？

【设计意图】分层设计的习题适配认知水平不同的学生，基础题巩固一元二次方程判定、标准化变形核心知识点。现实生活应用题锻炼学生在具体情境中的模型意识。古代名题利用数学史实现史料从导入、建构到应用的全程闭环。学生在解题过程中逐步对模型观念、运算能力核心素养进行锻炼，且体会数学古今传承的实用价值。

环节四：梳理知识方法，总结通用方法（5 分钟）

1. 小组自主梳理知识体系

教师组织学生以同桌两人为单位，绘制本节课的思维导图，梳理内容主要包含：一元二次方程历史起源、定义、标准形式、系数。请小组代表上台展示思维导图，教师补充完善形成系统化知识框架。

2. 师生共同总结通用方法

回顾本节课探究一元二次方程的历程，提炼通用探究路径：观察实际问题→提取等量关系→归纳特征→抽象概念→规范符号→建模应用，总结从特殊到一般、数形结合、转化与化归三大思想，引导学生迁移至后续学习。

【设计意图】思维导图助力学生整合知识、构建体系，通过复盘提炼方法实现授人以渔，拓宽数学史视野，落地素养培育。

三、结语

数学史记录着概念演变与数学思想的发展轨迹，是素养型初中数学课堂珍贵的教学素材，将其融入概念课堂具备多重育人作用。完整的史料脉络可清晰展现一元二次方程从起源到标准化的完整历程，顺着古人的思考路径降低知识理解难度。中外数学家为解决实际生产问题探究方程的史实，能让学生体会数学源于且服务现实生活。多样史料还可同步培育抽象、推理、建模与运算四项数学核心素养。日常教学需结合学生认知特点，挖掘贴合课堂、兼具本土特色与趣味性的史料，转变简单罗列史料的浅层教学模式，多用情境导入、古今数学思路对比等沉浸式手段，融合知识讲授、素养培育与中外数学文化熏陶，依托数学史长效提升学生综合数学能力。

参考文献

[1] 中华人民共和国教育部. 义务教育数学课程标准（2022 年版）[M]. 北京：北京师范大学出版社，2022.
[2] 汪晓勤. HPM 视角下的一元二次方程概念教学设计 [J]. 中学数学教学参考，2006，(24): 50-52.
[3] 史宁中. 义务教育数学课程标准（2022 年版）核心素养解读 [J]. 全球教育展望，2022,51 (04):3-18.
[4] 王青建. 一元二次方程历史发展脉络梳理 [J]. 数学通报，2019,58 (07):42-46.