

基于认知负荷理论的立体几何可视化教学微方案 ——以2022新高考第11题为例

平措曲珍, 巴桑卓玛, 王新环

西藏大学, 西藏 拉萨 850000

DOI: 10.61369/TACS.2026070029

摘 要 : 在教育信息化发展及智能教育政策引领下, 教育部于2021年“十四五”开局之年提出推进信息技术与教育教学深度融合、开发优质数字教育资源的发展要求。高中立体几何教学存在内容抽象、学生空间思维培养难度大等问题, 而GeoGebra 软件具备可视化教学优势, 可直观展示数学图形与数理关系, 适配立体几何教学需求, 是高效的数字化教学工具。本研究以2022年新高考全国2卷数学第11题为案例, 探究该软件在立体几何真题教学中的应用, 梳理了软件绘图、补全立体图形、真题讲解的完整流程。借助软件辅助教学, 可帮助学生直观厘清几何体要素关系与三棱锥体积推导逻辑, 有效提升学生空间想象与逻辑推理能力。为提升教学质量, 学校需开展 GeoGebra 专项培训, 强化教师数字化教学能力; 教师应整合优质教学资源, 融合软件演示与传统教学模式, 兼顾学生个体差异, 分层开展教学, 全面培育学生数学核心素养。

关 键 词 : GeoGebra; 高中数学; 立体几何; 真题讲解

A Mini Teaching Design for Visual Teaching of Solid Geometry Based on Cognitive Load Theory — A Case Study of Question 11 in the 2022 New National College Entrance Examination

Pingcuo Quzhen, Basang Zhuoma, Wang Xinhuan

Xizang University, Lhasa, Xizang 850000

Abstract : Driven by the policy of educational informatization, information technology is advocated to be deeply integrated into teaching. Given the abstract features of senior high school solid geometry knowledge and the difficulty in developing students' spatial thinking ability, GeoGebra, with powerful visualization functions, serves as an ideal digital teaching tool. Taking Question 11 in the 2022 New National College Entrance Examination as a research case, this paper explores the operational application process of GeoGebra in solid geometry teaching. The tool helps students grasp geometric relations and volume deduction logic, and enhances their spatial imagination and logical thinking ability. To improve classroom teaching quality, schools should carry out targeted information-based teaching training for teachers. Meanwhile, teachers ought to combine software dynamic demonstration with traditional blackboard teaching, implement stratified teaching and foster students' core mathematical literacy.

Keywords : GeoGebra; senior high school mathematics; solid geometry; analysis of college entrance examination real questions

引言

随着教育信息化推进, 现代教育技术在数学教学中应用广泛^[1]。高中数学立体几何对培养学生空间想象与逻辑推理能力、提升数学素养至关重要^[2]。然而, 传统教学面临困境^[3], 学生难直观把握空间图形关系, 抽象概念和复杂证明易让学生畏难^[4]。

GeoGebra 软件作为免费开源的动态数学软件, 结合建构主义学习理论, 为立体几何教学带来新契机。它集多种数学功能于一体, 能以直观、动态形式展现数学对象关系^[5]。学生可通过旋转、平移等操作, 深入领会立体几何知识, 构建空间想象能力^[6], 相比传统教学更具优势。

以2022年新高考全国2卷数学第11题为例, 该题涉及三棱锥体体积计算和线面平行等核心知识点, 传统讲解方式难让学生全面理解。本研究观察学生使用软件前后的情况, 发现软件能制作复杂立体图形, 助学生建立准确空间模型体系。尽管有观点认为传统方法能应对此类题目, 但本研究通过实际案例, 避免了传统方法在直观性和动态性上的不足。

第一作者: 平措曲珍, 女, 藏族, 西藏山南人, 西藏大学理学院硕士研究生, 主要研究方向为数学教学。

第二作者: 巴桑卓玛, 女, 藏族, 西藏日喀则人, 西藏大学理学院教授, 主要研究方向为数学教育。

第三作者: 王新环, 男, 汉族, 广东梅州人, 西藏大学理学院硕士研究生, 主要研究方向为数学教学。

一、文献综述

在数学知识点教学中, GeoGebra 有着良好的课堂适配性与教学优势。高学和李峰(2020)研究发现, 该软件依托数形结合的可视化特点, 适用于函数、几何等核心知识点的课件设计, 可有效改善传统教学抽象、静态的弊端^[10]。对比几何画板, GeoGebra 动态演示效果更佳, 可直观呈现参数变化、图形变换过程, 化解知识抽象性^[7]。同时, 其能够快速创设教学情境、制作轻量化微课件, 适配常态化教学, 助力学生理解数学概念与图形性质, 是推进数学教育信息化的优质教学工具^[8-9]。

综上, GeoGebra 在高中数学重难点教学、真题讲解领域应用前景广阔, 后续可聚焦其教学应用策略、实践成效及对学生数学能力的培养效果展开研究, 为高中数学教学优化改革提供参考。

二、问题重述及简析

(一) 问题重述

下面是2022年新高考全国2卷数学第11题。

题目: 如图, 四边形 $ABCD$ 为正方形, $ED \perp$ 平面 $ABCD$, $FB \parallel ED, AB = ED = 2FB$, 记三棱锥 $E-ACD$, $F-ABC$, $F-ACE$ 的体积分别为 V_1, V_2, V_3 , 则 ()

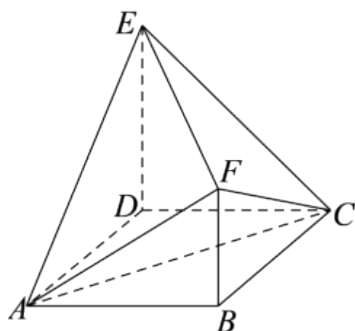


图1该题所示图像

A. $V_3 = 2V_2$ B. $V_3 = V_1$ C. $V_3 = V_1 + V_2$ D. $2V_3 = 3V_1$

(二) 问题简析

1. 这道题所涉及的几何知识主要包括六个方面:

第一, 在空间几何体的体积计算方面, 需要理解并应用三棱锥体积的计算公式, 即 $V = \frac{1}{3}Sh$, 其中 S 是底面积, h 是高。第二, 在平行线和垂直线的性质方面, 题目中提到 $ED \perp$ 平面 $ABCD$ 和 $FB \parallel ED$, 这涉及到空间中直线与平面的垂直和平行关系。第三, 在相似三角形和比例关系方面, 由于 $AB = ED = 2FB$, 可以推断出三角形 ABE 和 FBE 是相似的, 这将影响三棱锥的体积比例。第四, 在正方形的性质方面, 四边形 $ABCD$ 是正方形, 这意味着所有边长相等, 对角线相等且互相垂直。第五, 在空间想象能力方面, 需要在脑海中构建出题目中描述的立体几何图形, 并理解各点、线、面之间的关系。第六, 在逻辑推理方面, 通过已知条件, 推理出三棱锥 $E-ACD$, $F-ABC$,

$F-ACE$ 的体积之间的关系。

2. 解决这道题的关键在于:

第一, 利用 ED 垂直于平面 $ABCD$ 来确定三棱锥 $E-ACD$ 的高。

第二, 利用 $FB \parallel ED$ 来确定三棱锥 $F-ABC$ 和 $F-ACE$ 的高与 $E-ACD$ 的高之间的关系。

第三, 利用 $AB = ED = 2FB$ 来确定底面三角形的面积比例, 进而确定体积比例。

三、基于 GeoGebra 的实现方法与辅助讲解

(一) 题目图像的制作

1. 打开 Geogebra 并进入3D绘图模式

启动 Geogebra 软件, 在界面中找到3D绘图模式的选项并切换到3D绘图环境。

2. 绘制三角形 ABC

选择“点”工具, 在绘图区域点击一下确定点 A 的位置。再次使用“点”工具, 在适当位置点击确定点 B 的位置, 使得 AB 边形成。继续使用“点”工具确定点 C 的位置, 形成三角形 ABC。选择“线段”工具, 依次连接点 A、B、C, 绘制出三角形 ABC 的三条边。

3. 绘制点 D、E、F 与相关线段

使用“点”工具, 在三角形 ABC 内或周边合适位置分别点击确定点 D、E、F 的位置。选择“线段”工具, 连接 AD、AE、AF、BD、BE、BF、CD、CE、CF 等线段, 形成图中的形状。

4. 上色

Geogebra 有填充颜色的功能。选择要填充颜色的多边形区域 (如由某些线段围成的三角形区域), 通过软件中的填充工具分别给不同区域填充不同颜色, 例如棕色、绿色、紫色等, 与图中颜色对应, 便于学生观察和区分不同部分。

5. 标注点和线段

使用“文本”工具, 对各个点 A、B、C、D、E、F 进行标注, 使其清晰可见。也可以对关键线段进行标注, 例如标注线段的长度 (如果题目中有相关长度条件) 上述步骤仅仅是对题目图像的完成, 当完成上述步骤后, 可以在 Geogebra 软件上形成出颜色分明的立体图像, 如下图:

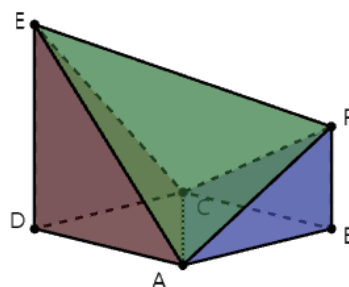


图2题目图像绘制

(二) Geogebra 补全图像

为了方便讲解这道题, 笔者利用 Geogebra 补全该图像形成一

个立体正方体。以下是 Geogebra 的操作过程。

1. 创建正方体的顶点

使用“点”工具创建8个点，分别命名为 A、B、C、D、A'、B'、C'、D'。这些点将构成正方体的顶点。例如，先在合适位置点击创建点 A，然后依次创建其他点，注意点的相对位置要符合正方体顶点的关系。

2. 连接顶点形成棱

使用“线段”工具，依次连接 A-B、B-C、C-D、D-A、A-A'、B-B'、C-C'、D-D'、A'-B'、B'-C'、C'-D'、D'-A'、C'-B'、B'-D' 等线段，形成正方体的12条棱。操作时，先选择“线段”工具，然后点击对应的两个顶点来绘制线段。

3. 标注点和虚线

使用“文本”工具对各个顶点进行标注，使其清晰可见。选择“文本”工具，然后点击要标注的点，在弹出的对话框中输入点的名称（如 G 等）。如果图中有虚线表示内部的线，在 Geogebra 中可以通过调整线段的样式来实现。选择要设置为虚线的线段，在属性窗口中找到“样式”选项，将其设置为虚线。例如，对于内部的某些连接顶点的线段（如 F-M 等可能需要用虚线表示）。

当完成上述步骤后，可在 Geogebra 软件中形成这张图。图如下：

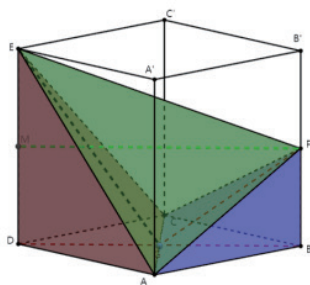


图3补全图像

（三）基于立体图像进行讲解

设 $AB = ED = 2FB = 2a$ ，为 $ED \perp$ 平面 $ABCD$ ， $FB \parallel ED$ ，则 $V_1 = \frac{1}{3}ED \cdot S_{\triangle ACD} = \frac{1}{3} \cdot 2a \cdot \frac{1}{2}(2a)^2 = \frac{4}{3}a^3$ ， $V_1 = \frac{1}{3}FB \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} \cdot 2a(2a)^2 = \frac{2}{3}a^3$ 。

连接 BD 交 AC 于点 M，连接 EG，FG，易得 $BD \perp AC$ 。又 $ED \perp$ 平面 $ABCD$ ， $AC \subset$ 平面 $ABCD$ ，则 $ED \perp AC$ ，又 $ED \cap BD = D$ ， $ED, BD \subset$ 平面 $BDEF$ ，则 $AC \perp$ 平面 $BDEF$ ，又 $BG = DG = \frac{1}{2}BD = \sqrt{2}a$ ，过 F 作 $FM \perp DE$ 于点 M，易得四边形 $BDEF$ 为矩形，则 $FM = BD = 2\sqrt{2}a$ ， $EM = a$ 。

则 $EG = \sqrt{(2a)^2 + (\sqrt{2}a)^2} = \sqrt{6}a$ ， $FG = \sqrt{(a)^2 + (\sqrt{2}a)^2} = \sqrt{3}a$ ， $EF = \sqrt{(a)^2 + (2\sqrt{2}a)^2} = 3a$ ， $EG^2 + FG^2 = EF^2$ ，则 $EG \perp FG$ ，

$S_{\triangle EFG} = \frac{1}{2}EG \cdot FG = \frac{3\sqrt{2}}{2}a^2$ ， $AC = 2\sqrt{2}a$ ，则

$V_3 = V_{A-EFG} + V_{C-EFG} = \frac{1}{3}AC \cdot S_{\triangle EFG} = 2a^3$ ，则 $2V_3 = 3V_1$ ， $V_3 = 3V_2$ ，

$V_3 = V_1 + V_2$ ，故 A、B 错误；C、D 正确。

（四）Geogebra 多视角立体功能

在上述题目进行讲解中，可以对立体图形不断进行多视角观察，帮助学生理解题目。以下是操作步骤：

启动 GeoGebra 软件，在工具栏中，选择“视图”工具。这通常是一个带有四个箭头的图标，用于旋转视图。使用鼠标左键点击并拖动图形，可以自由旋转视图。右键点击并拖动可以平移视图。使用鼠标滚轮可以缩放视图。

以下是多角度视图：

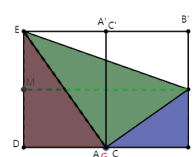


图4平面视角图形

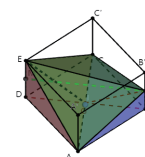


图5立体俯视图

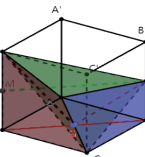


图6立体仰视图

四、研究结论与建议

（一）研究结论

1. GeoGebra 软件提升理解效果

讲解2022年新高考全国2卷数学第11题时，引入 GeoGebra 软件。结合建构主义学习理论，学生操作软件构建立体图形，主动探索元素位置关系与形状特征，实现知识主动构建。相比传统教学，对三棱锥体积计算、线面平行等知识点理解更深入。虽有研究质疑单一案例代表性，但本研究分析软件功能与学生表现，避免结论偏差。

2. 助力空间想象与逻辑思维培养

结合布鲁纳认知结构学习理论，学生操作软件观察、变换图形，锻炼空间想象力，能准确构建和操作几何图形。基于直观图形推导体积、论证线面关系，梳理逻辑思路，提高推理准确性与严谨性，比传统教学更激发思维活力。

3. 有教学应用价值

结合加德纳多元智能理论，软件丰富教学手段，使教学生动互动，助教师精准讲解重难点。学生使用后，立体几何知识掌握与解题能力提升，为高考和后续学习奠基，教学效果优于传统方法。

（二）建议

1. 教师培训与专业发展

学校和教育部门应组织 GeoGebra 软件专业培训，让教师掌握软件功能并融入立体几何教学。虽有教师时间紧张、培训资源有限等困难，但可合理安排时间、线上线下结合解决。教师自身也要主动学习，参加在线社区、看教学视频自我提升。结合教师专业发展理论，这有助于更新教学理念，提高教学质量。

2. 教学资源开发与共享

鼓励教师开发基于该软件的教学资源，建立共享平台。虽存在教师积极性不高、资源质量不均问题，可通过激励机制、审核标准解决。结合教育资源共享理念，能整合智慧、丰富资源，推动软件应用，实现个性化教学，促进教育公平与质量。

提升。

3. 教学策略优化与整合

教师应将软件演示与传统教学结合，如讲概念先软件展示再

理论推导，解题先软件探索再板书讲解。虽有教师习惯难改、学生适应困难问题，可加强培训引导解决。结合教学策略优化理论，能发挥软件优势，激发学生兴趣，培养自主与创新能力。

参考文献

[1] 邱俞娟, 雍龙泉. 现代教育技术在高中数学教学中的应用探究 [J]. 数学之友, 2023, 37(18): 73-76.

[2] 肖宝霞. 新高考新结构新思考——2024年全国I卷立体几何解答题评析 [J]. 中学数学研究 (华南师范大学版), 2024, (21): 5+1-3.

[3] 段丽静, 罗玉琪, 罗泽龙. 教育数字化转型背景下高校教师数字素养的培育路径探析 [J]. 中国管理信息化, 2024, 27(24): 220-222.

[4] 李强. 初中几何证明教学要注重“三个关注” [J]. 数学通报, 2021, 60(03): 29-32.

[5] 赵春梅. 信息技术在立体几何课堂教学中的有效应用 [J]. 当代教研论丛, 2023, 9(05): 29-32.

[6] 章建跃. 利用几何图形建立直观通过代数运算刻画规律——“平面向量及其应用”内容分析与教学思考 [J]. 数学通报, 2020, 59(12): 4-13+29.

[7] 郑学蓉. 使用 GeoGebra 培养中学生数学核心素养的实践探索 [D]. 上海师范大学, 2020.

[8] 吴年凤. Geogebra 赋能高中数学探究性学习——以平面几何定值问题为例 [J]. 数理天地 (高中版), 2025, (21): 160-162.

[9] 陈冰峰. Geogebra 辅助下的高中空间向量教学研究与实践 [D]. 合肥师范学院, 2023.

[10] 高学, 李峰. 利用 GeoGebra 软件开发高中数学实验课件 [J]. 中国教育技术装备, 2020, (21): 32-33.