

基于逻辑坐标的中文证据论

王爱学

美国 宾夕法尼亚州 16823

DOI:10.61369/SE.2026050003

摘 要： 本文把笔者发现的纯逻辑句 $a R b + (- -) p$ 作为归总逻辑学的全部内容的唯一语句，并从中推导出有层次结构的逻辑坐标的图形序列，再把那些图形序列作为逻辑演绎和逻辑推导的证据；于是从这些证据中推导出逻辑的语法，算法和表达的规则，并最终推导出构建中文核心逻辑系统的可行性。本文还将用逻辑坐标的图形序列演示基于逻辑坐标的中文证据论比基于代码的抽象语言证据论简洁，高效，明晰，可靠。

关 键 词： 逻辑坐标；证据论；逻辑的语法算法和表达的规则

The Proof Theory in Chinese on the Logical Coordinates

Wang Aixue

Pennsylvania, United States 16823

Abstract： This paper identifies the purely logical sentence $a R b + (- -) p$ discovered by the author as the sole statement about the entirety of logic. From this, it derives a graphical sequence of the hierarchical logical coordinates, which serves as the evidence for logical deduction and inference. Based on this evidence, the paper establishes the grammatical, mathematical and expressional rules of logic, ultimately demonstrating the feasibility of constructing a core Chinese logical system. Furthermore, the graphical sequence of logical coordinates illustrates that the Chinese proof theory based on the logical coordinates is simpler, more efficient, illustrious, and reliable than the code-based proof theory.

Keywords： the logical coordinates; proof theory; the grammatical, mathematical and expressional rules of logic

一、基于代码的证据论的特征的简介

首先我们翻译并讨论司马炎《数学逻辑入门指南》的第一章中的第一个与证据论有关的问与答：

问题3。下面的语句中如果有任何是正确的，是哪些？

- (1) 如果 $A \cup B = B$ ，那么 $B \subseteq A$ 。
- (2) 如果 $A \cup B = B$ ，那么 $A \subseteq B$ 。
- (3) 如果 $A \subseteq B = B$ ，那么 $A \cup B = B$ 。
- (4) 如果 $A \subseteq B = B$ ，那么 $A \cup B = A$ 。

我们可以把 $A \cup B$ 想作是把 A 的诸多元素加到集合 B 的结果，或者，其实是同一回事，把 B 的诸多元素加到 A 的结果。于是 $A \cup B = B \cup A$ 。对于任何三个集合 A ， B 和 C ， $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$ 也是显然的，如果我们把 A 的诸多成员加到集合 $B \cup C$ ，我们得到的结果和当 我们把 $A \cup B$ 的诸多成员加到 C 是同一。 $A \cup A = A$ 同样是显然的。事实 $A \cup = A$ 也是显然的（我们回顾一下 $\emptyset$ 是空集）。¹

答：（2）和（3）是真值语句。

（2）的证据： 首先对于任何一对集合 A 和 B ， 集合 A 是 A

$\cup B$ 的子集。 $B \subseteq A \cup B$ 也是。现在，和（2）中的假设前提一样，假设 $A \cup B = B$ 。既然 A 是 $A \cup B$ 的子集， 那么它是 B 的子集，因为 B 和 $A \cup B$ 是同一。于是 $A \subseteq B$ 。

（3）的证据：假设 $A \subseteq B$ 。 $B \subseteq B$ 也为真（显然地！）于是 A 和 B 都是 B 的子集，于是它们的集合 $A \cup B$ 也是。²

讨论：司马炎在上面给出的两个证据是用抽象的代码表达的 证据。我们将在后面看到抽象的代码不能区分高度抽象的逻辑判断符号和抽象的数学符号。所以 $A \subseteq B$ 这个数学集合论语句也同时指称两个逻辑关系。一个是等同，即 $A \equiv B$ ，可以写作数学等式 $A = B$ 。另一个是包涵，即 $A \subset B$ ，可以写作数学的不等式 $A \neq B$ 。如果 $A \neq B$ ，那么我们说 A 是 B 的真子集。所以 $A \subseteq B$ 是逻辑关系 $A \equiv B$ 和 $A \subset B$ 的复合。但是我们在这两个证据里面看不出确定逻辑关系的真值函数运算和数的集合论计算的 区别。还须指出，在孔德 (Cantor) 开创的集合论中，某个数和它指称的对象是1对1的关系；在判断逻辑中代码和它指称的对象是1对多的关系。这也是集合和逻辑的重要区别。

本文将用逻辑坐标的图形演示用抽象代码表达的 证据论很容易造成指称对象的混淆，并且将用图形演示只有在逻辑坐标中我们才能明晰地看出名字和其指称的对象，还将用图形演示只有基

¹ Raymond M. Smullyan. *A Beginner's Guide to Mathematical Logic*. Dover Publications. Garden City, New York, 2014. 雷蒙德·司马炎 《数学逻辑入门指南》。此段翻译的英文原文请见此书的第 10 页。

² Ibid. p.16.

于逻辑坐标的证据才是牢不可破的证据。

二、判断的逻辑与逻辑的判断

笔者在《如何全面深入地译读维根斯坦：逻辑的语法算法和表达的规则》中指出，从《逻辑哲学纲要》开头的第一句到第5.101段，维根斯坦对 $aRb + (--)p$ 这个纯逻辑句子中的语法算法和表达部分作出了详细深入的分析。他把逻辑的判断的算法叫作“每N个初级判断的真值函数运算”。³ 此演绎取得的重要成果是他在第5.101段用十六个图形证据穷尽了存在于世界中的全部十六种逻辑关系。另外他在第5.5段和第6.0段提出了真值函数的运算的归总的表达，并且指出在运算中后一个判断是对前一个判断的感知值的否定。⁴ 由于维根斯坦是用判断的真值函数运算算出了所有判断句的形式的构建和转换，所以人们一般把逻辑叫做判断的逻辑（propositional logic）。

在5.101段之后，维根斯坦还以那16个逻辑关系策的图形为证据作出了许多他所谓的“逻辑的判断”（logical propositions）。⁵ 在那些逻辑的判断中他对逻辑推导、或然率的计算、诸多逻辑关系的特征、逻辑的有限序列、判断函数的身份、唯我主义、数学、科学、哲学、伦理学等等学科的逻辑属性作出了许多逻辑的判断。例如，他首先以那些图形为根据提出了逻辑推导的规则：我们必须用逻辑关系把成双成对的判断关联起来才能作出逻辑推导。⁶ 所以我们可以这样说，“逻辑的判断”是基于逻辑的图形证据的哲学思辨。思辨的对象是各个学科的内在逻辑属性。

必须指出，无论是在判断的逻辑中还是在逻辑的判断中，维根斯坦采用的证据都是他自己没有公布的，但是被笔者在其著作《初级逻辑简介》（王爱学，线装书局2024）和《如何全面深入地译读维根斯坦》中揭示的，从 $aRb + (--)p$ 这个纯逻辑句子中转换出来的逻辑坐标的图形序列。这是因为维根斯坦在《纲要》的第4.012段指出逻辑坐标 aRb 是个立体的判断的图形的象征。⁷ 他在第5.461段间接地指出，我们是括号（）表达逻辑坐标。⁸ 这就是说（）只是个象征符号。它象征并界定任何判断的范围并容纳判断的真值函数运算等等。所以用 aRb 表达的逻辑坐标是客体语言 a 和主体语言 b 之间通过合理的逻辑关系 R 在人类的大脑中组成的高度抽象的立体的坐标的图形。 $aRb + (--)p$ 这个纯句子只不过是立体的判断的图形在二维书面中的表达。可是直到如今把代码作为逻辑的证据的数学逻辑学家们都没有把逻辑坐标用作

他们的证据论的论据。

现在让我们紧跟维根斯坦从有逻辑坐标的图形序列中看我们应该如何做出判断的逻辑的演绎和逻辑的判断的推导。我们首先根据逻辑坐标作出判断的逻辑和判断的演绎图形证据1.1如下：

逻辑坐标	前判	后判	判断的逻辑的演绎规则	逻辑的名字
$(aRb)^0$	无	无	没有意义	原始符号
$(aRb)^1$	$A(--)$		$a \vdash b(--)$	一阶逻辑
$(aRb)^2$	$A(--)$	$B(--)$	$R(---/--)$	二阶逻辑

首先，在一阶逻辑坐标上，“数学逻辑”的惯例是用符号 $\vdash$ 表达合理的推导，但是没有指出在一阶逻辑坐标上的“ $a \vdash b$ ”是指两个基本语言（例如客体语言和数学语言）单位之间的合理关联，也没有指出逻辑的否定运算句源于一阶逻辑 $a \vdash b(--)$ 的这个表达中。这个惯例也没有演示逻辑的演绎和推导的基础是维根斯坦指出的逻辑坐标序列。

数学逻辑也没有按照维根斯坦开创的先例用符号“ $---$ ”演示感知值的变量。根据图形证据1.1，我们可以看出真值 $t f$ 是感知值的代入。如果真值值是变量，那么判断的感知值的变量是变量的变量或者说 X 的 X 。此图形还演示，我们可以用中文精准地命名逻辑的阶位并且在逻辑坐标的图形序列中看出与判断的逻辑和逻辑的判断相关的许多有规律的规则。

例如，我们可以把从 $(aRb)^0$ 开始的逻辑坐标序列归总地叫做“看似带着原始符号”的复杂符号 (aRb) 。为什么是看似呢？这是因为在逻辑坐标 (aRb) 的序列中并不存在任何语言符号。所有人类文字、数字、其它学科的代码（包括音乐代码）都只是外在于逻辑坐标并且指称内在于逻辑坐标序列中的认知行为中的诸多细节和部分的名称。任何名字都不内在于逻辑坐标中。所以 aRb 是维根斯坦给逻辑坐标序列起的归总的名字。于是我们可以确定判断名字是否用得合理的唯一标准就是看外在的名字和内在的指称对象是否一致对应，是否透明。这是个最重要的逻辑的表达的规则。根据这个规则，我们能确定代码总是在外，逻辑总是在里。我们怎么能有信心地把人为的外在的代码当作可靠的逻辑的证据？如果懂得了这个规则我们就能制定如何合理地使用语言的语法规则，就能不断地提高使用语言的艺术造诣。例如，只要知道了判断的变量是变量的变量，我们就完全可以把人类的所有语言符号和各个学科的术语和符号代入到主体语言 b 中。于是我们可以用自己的语言构建各个学科的基础理论，并且归总的基础理论必然是逻辑学。例如，我们可以把代数的变量 x, y, z 代入到 b 中。这时候 x, y, z 是变量， b 是变量的变量。这就是有逻辑的数学的基础理论的起点。于是我们可以得到 $x + y = z$ 这样的代数公式，并且 $a \vdash$ 是 $x + y = z$ 必须仰仗的证据。塔斯基的有逻辑的简单数学方程式就是这么来的。⁹ 可是他没有透露维根斯坦发现的这个诀窍，弄得人们以为有逻辑的数学方程式是他的发明，把他捧为当代逻辑之父。还应指出， aRb 是高度抽象的存在（简单事实）的起点。它是先验的存在。我们既不可以证明它为真也不可以证明它为伪。

3 Ludwig Wittgenstein. *Tractatus Logico-Philosophicus*. § 5.101. “The truth functions of every number of elementary propositions”, 每N个初级判断的诸多真值函数。

4 Ibid. § 5.5. Every truth-function is a result of the successive application of the operation $(----)T(\xi, \dots)$ to elementary propositions. 每一个真值函数都是对诸多初级判断进行连续的 $(----)T(\xi, \dots)$ 的运算的结果。

The operation denies all the propositions in the right-hand bracket and I call it the negation of these propositions. 此运算否定右手边的括号里的所有诸多判断并且我把它称为对这些运算的否定。

5 Ibid. § 6.126. “logical propositions” “逻辑的判断”

6 Ibid. § 5.132. The method of inference is to be understood from the two propositions alone. Only they themselves can justify the inference. 推导的方法只能根据这两个判断理解。只有它们自己才能合理地判定此推导。

7 Ibid. § 4.012. It is obvious that we perceive a proposition of the form aRb as a picture. 我们在脑子中把具有 aRb 此形式的判断想成一个画面，这是显然的。

8 Ibid. § 5.461. The use of brackets with these apparent primitive signs shows that there are not the real primitive signs, and nobody of course would believe that the brackets have meaning by themselves. 这些带着似原始符号的括号的使用演示它们并不是真正的原始符号，并且没人会相信括号会自动具有意义。

9 详情请见 Alfred Tarski. *Introduction to Logic and to the Methodology of Deductive Sciences*. New York, Dover Publications, 1946. 塔斯基,《逻辑和演绎科学的方法论的引介》,纽约:多佛出版社,1946。

再例如，在第一阶逻辑坐标 $(aRb)^1$ 上的判断的推导叫做一阶逻辑。一阶逻辑的原则是客体语言合理，逻辑关联合理，主体语言才能合理。图形证据 1.1 演示，在一阶逻辑坐标上存在着两个高度抽象的语言（如客体语言和数学语言），我们将在下面看到有逻辑的算术和初级代数的基石都是一阶逻辑。

又例如，在第二阶逻辑坐标 $(aRb)^2$ 上，如果我们用中文符号“/”划分从两个简单判断的真伪感知值算出的一个复合判断的真伪感知值，那么我们可以说 $(--/--)$ 是二阶逻辑的固定的作画形式。如果我们把 tf 代入到 $(--/--)$ 中，那么我们将得到的真伪值的十六种不同的组合是二阶逻辑的全部或然的“逻辑的画面”¹⁰。并且“画面通过再现原子事实的存在和不存在的或然性描述世界”¹¹。我们必须对在二阶逻辑坐标上的这十六个逻辑关系中的真伪组合值组成的任何一个画面作“横向和纵向分析”¹²。这就是纯逻辑句 $aRb + (- -)p$ 中的符号“+”的来源。象征符号“+”说的就是判断符号的任何完整的分析都必须包含竖向和横向这两个方向的分析。纵向分析是看真伪值的组合如何标定判断句和逻辑关系的身份。我们可以把这个分析叫做判断的判断和逻辑关系的判断。横向分析的对象是逻辑关系的真值根据和真值条件。我们可以从真值条件得出真值根据。这叫做逻辑的演绎。我们也可以从真值根据反推出真值条件是否合理。这样分析叫做逻辑的推导。我们将在第四节专门讨论逻辑的推导和逻辑的演绎。

三、逻辑的算术是普通算术和代数的基础

必须强调，逻辑的感知值的运算作为变量的变量的运算当然包含数学的只有变量的运算。例如，我们可以根据《纲要》中的有关判断作有逻辑的算术如下。

1. 从二阶逻辑坐标开始在任何同一阶逻辑坐标上，“如果一个判断从另一个判断导出，那么后面的比前面的说的多，前面的说的比后面的少”¹³。这句话可以转换为用代码表达的有逻辑的算术如下： $A < B$ 或 $B > A$ 。

2. 同样的，从二阶逻辑坐标开始在任何同一阶逻辑坐标上，“如果 p 从 q 中导出并且 q 从 p 中导出那么它们是同一个判断”¹⁴。这句话可以用有逻辑的算术代码表达如下： $A \equiv B$ 。

3. 以上两个判断可以用有逻辑的算术语言表达如下：相对于任何一对判断 A 和 B ，有逻辑的算术的公式是 $A \leq B$ 或 $B \geq A$ 。于是我们可以作出有逻辑的算术的最基本的图形证据 1.2 如下：

逻辑坐标	前判	后判	逻辑的算术
$(aRb)^0$			
$(aRb)^1$	A	B	$A \leq B$ 或 $B \geq A$ ，逻辑和 ¹⁵

10 Ludwig Wittgenstein. *Tractatus Logico-Philosophicus*. § 2.181. “logical picture”.

11 Ibid. § 2.201. The picture depicts reality by representing a possibility of the existence and nonexistence of atomic facts.

12 Ibid. § 4.441. “horizontal and vertical lines”

13 Ibid. § 5.14. If a proposition follows from another, then the latter says more than the former, the former less than the latter.

14 Ibid. § 5.15. If p follows from q and q from p then they are one and the same proposition.

15 Ibid. § 3.42. “the logical sum”.

现在我们可以把逻辑的算术公式 $A \leq B$ 或 $B \geq A$ 转换成逻辑句 $A \subseteq B$ 。并且作出 $A \subseteq B$ 的图形证据 1.3 如下：

逻辑坐标	前判	后判	有逻辑的算术	逻辑句
$(aRb)^0$				
$(aRb)^1$	A	B	$A \leq B$ 或 $B \geq A \rightarrow$ 逻辑和与逻辑的加法 ¹⁶	$A \wedge B, A \equiv B$
$(aRb)^2$	A	B	$(A \times B) \times (B \times A) \rightarrow$ 逻辑积与逻辑的乘法 ¹⁷	$A \subseteq B$

此证据图演示 $A \subseteq B$ 在逻辑的语法上说的就是 A 包涵 A 和 B ($A \wedge B$) 或者 A 包涵 A 全等于 B ($A \equiv B$)。这句话用代码表达就是 $(A \subseteq B) \supset (A \wedge B \vee (A \equiv B))$ 。并且在几何算法上我们可以说 $A \subseteq B$ 说的是 A 是 B 的截取或整取。在代数算法上 $A \subseteq B$ 说的是逻辑的包涵关系包涵逻辑和与逻辑积。逻辑只做逻辑和与逻辑积这个事实告诉我们逻辑是大善和大德。它只搞建设不搞破坏。假如逻辑作逻辑商和逻辑差，那么万物和众生都不会存在。但是人们在直觉到了自己的语言中的逻辑之后就可以做出逻辑商（除法）和逻辑差（减法）。所以，图形证据 1.3 就是小学算术和初等代数的逻辑基础。

四、逻辑的推导和逻辑的演绎

在上面的图形证据 1.3 中， $A \subseteq B$ 这个逻辑句说出了许多非常细致又精确的内容。其中之一就是我们可以对 $A \subseteq B$ 作出错位反向推导 $A \supseteq B$ 从而发现在逻辑的推导中我们是从后件中推导出前件。如果 $A \subseteq B$ 说的是顺向演绎，那么 $A \supseteq B$ 说的就是反向推导。反向推导的原则来自《纲要》中的以下两个判断：

§ 5.121. q 的真值根据被包含在 p 之内； p 从 q 中导出。¹⁸

§ 5.122. 如果 p 从 q 中导出，那么“ p ”的感知是被包含在“ q ”的感知之内。¹⁹

于是我们可以总结说，在逻辑的推导中，对于任何一对判断，如果并且仅仅 B 合理，并且逻辑关系合理（用 $\vdash$ 表达），那么 A 才能合理。于是我们可以把逻辑的推导规则写成： $B \vdash A$ 。千万注意：此处的 B 是复杂判断句。 A 是简单判断句。我们是从复杂判断句中反向推导出一个新的简单判断。我们可以用全等逻辑关系表达逻辑推导中的算术：新的简单判断 $\equiv$ 某个复杂判断。

维根斯坦在《纲要》的第 5.11—5.1362 段多次指出逻辑的推导 (inference) 的规则是从后判推导出前判，也就是说后判的真值根据是前判的真值根据的基础，或者说前判的真值根据包涵后判的真值根据。现在我们据此可以对那十六种判断的逻辑的画面在横向和竖向上作反向的推导，也就是根据 $(--/--)$ 所确定的复合判断的真伪值的组合作反向推导，从而确定 $(--/--)$ 是用什么逻辑关系把两个简单判断关联起来。于是我们可以合理地命名那个逻辑关系。换句话说，我们可以在二阶逻辑坐标上，根据变量的变量 $(--/--)$ 中的真伪值的组合确定逻辑关系 R 的属性。由于逻辑推导是反向的，所以在 $(--/--)$ 中，符号“/”前面的

16 Ibid. § 3.42. “the logical sum”. § 5.2341. “logical addition”.

17 Ibid. § 3.42. “the logical product”. § 5.2341. “logical multiplication”.

18 Ibid. § 5.121. The truth-grounds of q are contained in those of p ; p follows from q .

19 Ibid. § 5.122. If p follows from q , the sense of “ p ” is contained in that of “ q ”.

“- -”是后判的感知值变量，符号“/”后面的“- -”是前判的感知值变量。我们只需要把判断的变量 t_f 按照不同的组合分别代入到高度抽象的“- -/”中就可以确定并正确地命名不同的逻辑关系。例如 t_f/t_f 说的就是如果前判有一个真值 t ，那么后判就完全成立（两个 t ）。这时候，前判的那个 t 就是后判的真值根据，后判的两个 t 是前判之所以成立的基础。于是我们可以说， t_f/t_f 说的是前判和后判之间的逻辑关系是前判包涵后判 [$q \supset p$]。于是与之错位的 t_f/t_f 说的是后判包涵前判 [$p \supset q$]。同样的， f_f/t_f 表达“非后”这条逻辑关系，如此等等。但是逻辑并不需要名字，只需要真伪值的组合就能记住逻辑关系的身份。

再次强调逻辑的演绎和逻辑的推导的区别。例如，在二阶逻辑坐标中逻辑的演绎是根据两个简单判断的感知值（即输入是两个值）算出一个逻辑关系的感知值（输出是一个感知值）。这就是判断的真值函数运算或逻辑的演绎。与之相反，逻辑的推导是对在竖向上标定逻辑关系的四个感知值的每一个感知值作横排分析，从复杂逻辑句（后判）的每一个感知值出发反推出两个简单判断（前判）的真伪值。由于逻辑推导的顺序是后判包涵前判，所以在逻辑推导中我们只使用 [$p \supset q$] (t_f/t_f) 这个包涵关系。如果我们用代码 $\supset$ 表达这个逻辑关系，那么我们就可以得到 前 $\supset$ 后， $p \supset q$ ， $A \supset B$ 等等。它们的感知值的标定都是 (t_f/t_f)。它们说的都是同一，即在逻辑的推导中后判包涵前判。

所以逻辑推导的方法和形式逻辑的推导规则 Modus Ponens（前提合理，过程合理，结论必然合理）是完全不同的。逻辑的推导是用图形（判断符号）离开逻辑点对在逻辑点发生的行为的逻辑的机制的画面作出的反思，推导的单位是对源于生活但高于生活的高度抽象并且完全归总的判断句。这样的推导可以用感知值的计算精确地确定并且可以把计算的过程程序化。形式逻辑的推导单位是人们在日常生活中使用的句子。所以形式逻辑的推导是顺着生活推导（例如，如果下雨了那么路面是湿的）。尤其重要的是，图形证据 1.1—1.3 演示在逻辑的演绎和逻辑的推导中不存在归纳。但是形式逻辑的推导从三段论开始就采用了归纳。归纳绝对不是反思。如果逻辑中不存在归纳，那么数学归纳就不是基于逻辑坐标的判断而是武断。

为什么逻辑的推导是反向思维？让我们再次温习纯逻辑句 $a R b + (-) p$ 中的语法和算法规则。首先， $a R b$ 说的就是客体 a 第一，逻辑关系 R 第二，有感知东西的看不见没声音的主体语言 b 第三（文字是表达此语言的符号）。虽然我们看不见自己的高度抽象的思想，但是我们可以通过高度抽象的逻辑坐标感知到内在于客体的诸多要素和它们之间的逻辑关联。那么我们人类怎么确定我们自己的高度抽象的语言是否正确的对应了现实？答案是再现（并且我们可以使用虚拟逻辑的机器通过投影呈现那个再现，从而验证我们用逻辑句表达的再现是否与现实一致）。²⁰ 换句话说，我们是利用高度抽象的思维对客体的形式和形式中的各个元素之间的逻辑关系进行思考，并把我们的思考的结果写成逻辑句。于是逻辑句既是我们对客观世界的高度抽象的认知也是我们

的思想的再现。这个再现是否合理完全取决于我们对 a 的认知是否合理，对逻辑关系 R 的认知是否合理，然后才能借助 a 和 R 再现 b 是否合理。换句话说，如果 a 和 R 合理，那么 b 必然合理。但是我们看不见 b ；只能从 a 和 R 组成的判断的图形序列中看到 b （我们自己的思想）的再现。换句话说，只要我们做出了合理的 a 和 $\vdash$ ，那么 b 必然会得到合理的再现或投影。

所以逻辑判断的图形证据也是主体语言的再现。并且再现的唯一方式是让虚拟的逻辑的机器根据我们写出的合理的逻辑句投影我们对客体和其逻辑坐标序列的认知。这样的逻辑坐标绝不是像笛卡尔开创的直角逻辑坐标那样是被人武断地随便在纸张或黑板上画出来的。逻辑坐标中的主体语言是看不见摸不着的高度抽象的存在；只有通过虚拟的用能源驱动的逻辑的机器我们才能看到它的再现。

如果我们把合理的再现写成代码，那应该是 $a \vdash b$ 还是 $b \vdash a$ ？答案是在再现中这两者必须兼而有之。在一方面，逻辑的演绎是 $a \vdash b$ 的有层次的同义反复，也就是纯逻辑句 $a R b + (-) p$ 的递进升级。逻辑句的语法规则 $a R b$ 确定 $a \vdash b$ ， $p \vdash q$ ， $\vdash$ 乙，等等许多不同的表达。这些表达告诉我们逻辑的语法规则是逻辑关系关联并且仅仅关联成双成对的判断。判断的逻辑的演绎的升级算法是 $(-)$ 。在其中“ $(-)$ ”既是两个不同的感知值也是双重否定的象征。笔者在《如何全面深入的译读维根斯坦：逻辑的语法算法和表达的规则》已经演示我们完全可以把 $a R b + (-) p$ 转换为逻辑坐标序列，也可以把它转换为王氏逻辑规则图。王氏逻辑规则图演示逻辑的演绎是递进式的升级，并且判断的逻辑的演绎已经完成了对客体的全部形式的描述。

在另一方面，我们的知识的定义域是有限的。我们不可能像逻辑那样把万物的形式一下子跑个流程全部算出来。那么我们应该怎么表达并不断提高我们对客观世界的认知？维根斯坦在《纲要》的第 5.1 1—5.141 段指出，我们是在成双成对的复杂判断中进行反向推导从而得到一个新的判断（或新的简单事实）。这就是说我们用逻辑关系在成双成对的判断之间作出的一个新判断是我们对客观存在着的客体的形式 a 和关联形式中诸多要素的逻辑关系 R 的认知和再现。这个新判断就是我们对客观世界的认知水平的提升的标志或者说里程碑。

为什么逻辑的推导单位总是成双成对的判断？这是因为逻辑推导中的成双成对的判断句都必须最终归总到或者说基于判断的语法结构 $a R b$ 。于是我们可以说，如果并且仅仅如果我们的一对对判断句是合理的，并且关联它们的逻辑关系是合理的，那么我们作出的逻辑推导就是高度抽象的逻辑的组织结构的合理的但是不完整的再现。于是我们可以说人类共享的逻辑推导的公式是 $b \vdash a$ 。这是个对高度抽象的逻辑的完整组织结构的部分进行反思的公式。

现在我们可以说， $a \vdash b$ 是高于感知的纯逻辑的演绎，并且这个过程早已完成。 $b \vdash a$ 是我们根据人类的有限知识对逻辑的完整的组织结构的部分进行推导的过程。这个过程还在路上，远远没有完成。在逻辑学中，这两个过程或者说公式相互辩证统一，缺一不可。逻辑的演绎属于纯粹的逻辑；逻辑的推导属于人

²⁰ 维根斯坦在《纲要》的 2.15—2.22 段中总共用了 20 多个段落讨论了主体语言 b 如何根据客体语言 a 和逻辑关系 R 得到再现 (representation)。

类对纯粹的逻辑的演绎的部分的认知。并且逻辑的推导必须从属于逻辑的演绎，而不是相反。更通俗的说，我们可以说 $a \vdash b$ 是天之作； $b \vdash a$ 是人之和。前者是完美无缺的；后者是不完整的，或者说必须分阶段。

五、构建核心逻辑系统的可行性

由于简单判断只存在于 $(aRb)^1$ 中，逻辑关系只存在于 $(aRb)^2$ 中，所以人类的有逻辑的推导必然始于 $(aRb)^3$ 中。这就是说我们是在三阶逻辑坐标上开始把至少三个简单判断按照逻辑关系成双成对地关联起来。这是我们自己作出的首次排序的逻辑句。这个首次排序是否排得合理是要经过逻辑的推导的诸多规则检验的。我们可以把若干个判断被若干个逻辑关系合理地成双成对成对地关联起来之后的结果想象成为环环相扣的牢不可破的证据的链条。

在判断句的算法方面，只要我们从一个三元复杂逻辑句中得出一个新的简单判断，我们就可以把那个三元复杂判断句看作是全等于一个简单判断（前判），然后加上至少一个新的判断的变量（后判），于是得到另一对判断。我们由此得出逻辑推导序列中的首次排序。并且我们可以如此不断的环环相扣的循环，不断地升级我们的有逻辑的推导。换句话说，在有逻辑的推导过程中我们只需要基于第一，第二和第三阶逻辑坐标的这三种类型的判断句就能完整地描述世界。我们可以为这个逻辑的推导过程做出个图形证据 1.4 如下：

逻辑坐标				逻辑推导的名字
$(aRb)^1$	简单判断 P		$a \vdash b, b \vdash a$	一阶逻辑或简单逻辑
$(aRb)^2$	A	R	B	
	前判	联	后判	二阶逻辑或判断逻辑
$(aRb)^n$	$A(x_1, \dots, x^n)$	R	$B(y)$	
$n \geq 3$	前判的所有变量	联	后判的至少一个变量	三阶逻辑或首次排序的逻辑

当 $n \geq 3$ 时，前判 x 的参数中的所有变量是被层层逻辑关系绑定了的变量。它们已被排好了序，不能变动。后判中只包含变量 y 的至少一个变量。并且这个变量将要被逻辑关系纳入到逻辑的组织结构中。于是逻辑中只有必然和或然，没有偶然也没有可能性。偶然和可能出现在后判序列中除了那个至少一个判断的变量之外的所有其它变量中。

其实，图形证据 1.4 就是维根斯坦在《纲要》的第六大子集开头第一句提出的判断的真值函数运算的总公式的另一种表达。它说出了许多与判断的逻辑和逻辑的判断的规则。其中之一就是有 N 重逻辑坐标就有 N 重逻辑关系作前判和后判的关联。于是这个图形是我们构建核心逻辑系统时必须仰仗的逻辑证据。例如，英文核心逻辑系统中的判断的变量必须包含 26 个英文字母的大小写，标点符号和数字等诸多判断的变量。逻辑编程语言在纳入这些变量之后完全可以根据投影的原理和硬件设备再现这些变量。于是我们可以确定这个图形证据也是我们可以构建中文核心逻辑系统的证据之一。并且我们可以把全部中文字归总到“字”这一

个判断的变量中。这时候归总的“字”是变量的变量，每一个字都是“字”这个系统中的变量。只要我们投影出了一个字，就可以投影所有其它字。

判断的逻辑和逻辑的判断不仅可以用来构建语言模型（逻辑系统就是立体的模型序列），还可以用来构建行为的模型。由此可见真值函数的运算要比数学的计算全面强大灵活得多！这是因为一个数学等式只有一个答案。现举包涵关系的真值函数运算图 1.5 为例进一步演示为什么逻辑的运算具有强大的计算能力：

A	B	$A \supset B$	序号
t	t	t	1
t	f	f	2
f	t	t	3
f	f	t	4

第 1 排的第三个真值是包涵关系句 $A \supset B$ 的真值。这个真值是根据“包涵”这个条件从前面的两个真值中计算出来的。（输入总是两个值，输出总是一个值）。这一排的三个真值说的就是逻辑包涵关系的基础必须是判断的真值的同义反复。

第 4 排最后一个 t 是包涵关系的真值根据。前面的两个 f 是这个 t 的真值条件。它说的是当前判和后判都不成立时，“包涵”关系的循环运算完成闭环，或者说暂停（双重否定），并且可以升级到下一轮包涵的循环。第一排的真值的同义反复和第四排的双重否定告诉我们逻辑中绝对没有自相矛盾。

第 2 排的第三个假值 f 说的是如果前件为真，并且后件为伪，那么包涵关系不成立。

最重要的是第 3 排的真值根据 t 和真值条件 $f t$ 的排列。它说的是即使前面的条件（前判）不成立（有障碍），但是只要后面的条件（后判）成立，那么包涵关系仍然成立。如果我们把这一排上的真值根据和真值条件想象为运动的机制，那么显然这就是“机动”的内在逻辑关联。并且如果“包涵”的层次越多，那么“包涵”的灵活机动的或然性选择越多，对诸多不利条件的反应就越灵活。

于是当我们检查某条逻辑包涵句（不管它有多少重包涵）是否合理时，我们可以根据第 3 排的真值根据和真值条件制定包涵关系的逻辑推导的规则如下：如果 $A \supset B$ 为真，那么或者 A 为伪或者 B 为真。我们还可以根据第 2 排的真值根据和真值条件制定包涵关系的推导的规则如下：如果 $A \supset B$ 为伪，那么或者 A 为真或者 B 为伪。

如果我们足够仔细，就会发现在“失联”、“联合”和“包涵”这三个在编写逻辑句时常用的逻辑关系中，只有双重否定 FF 才是“包涵”的真值根据。这就是说，“包涵”包涵“失联”和/或“联合”是撰写合理的首次排序的逻辑句的必要条件。否则逻辑的推导不能升级。

王氏逻辑规则图中的图形（--）ⁿ 演示，不管一条逻辑句的真值根据有多少重包涵，我们总是可以对它进行层层深入的分析，直到把那个逻辑包涵句解构为最后的两个简单判断句的感知值（ tf ），并且如果最终的后判为真前判为伪，并且沿途的节点上的所有的后判都为真前判都为伪，那么那个多重逻辑包涵句就是合

理的（与纯粹的逻辑一致）。虽然逻辑的包涵可以有 N 重，但是我们只需要对一个三元复杂判断句做层层深入的分析就可以确定全部具有包涵关系的复杂逻辑句是否合理。这是因为从 $N = 3$ 的首次排序的逻辑之后，我们总是可以把“N 重已经被检验的判断”联“新判断”这样的成双成对的逻辑结构用于逻辑推导中。这就是说我们必须把所有的高阶逻辑句最终化简到简单判断的逻辑句才能判定它是否合理。如今我们可以看出，在逻辑的真值函数运算中绝对不存在数，只存在真伪这两个感知值。但是真值函数运算要比数学的计算强大灵活得多！

现在我们可以提出问题 1：

（1）在撰写首次排序的三元逻辑句时，常用的否定、失联、联合，包涵和全等这几种逻辑关系应该怎样被排成合理的演绎计算序列从而搭起有层次逻辑坐标？（简称建括号的顺序）。

（2）在核对首次排序的三元逻辑句时，常用的否定、失联、联合，包涵和全等这几种逻辑关系应该怎样被排成合理的推导序列从而核定判断句是否写得合理？（简称去括号的顺序）。

答：提示：我们必须看这几个判断的相互关联的判断指示牌，从而找出永跑具有真值根据的路线。数学逻辑学家不会直接传授这个秘密。

到此我们已经得到了有逻辑的算术的简单规则（大于、小于、等于、逻辑和与逻辑积），逻辑的演绎或者说判断的真值函数运算的规则，得到了逻辑的推导的运算规则，以及与这三种运算相关的图形证据。于是我们可以很容易地看出人们只能是从逻辑判断句的序列中推导出数学的集合论，尽管维根斯坦之前的所有数学家都对此没有自觉只有直觉。（最先有自觉的数学家应该是图灵。他显然是受维根斯坦的启发作出了虚拟的图灵机。图灵机的重要作用就是确定任何数学方程在实际生活中是否有解。）

六、逻辑的形式序列先于数的集合

现在是我们讨论逻辑的序列和数学的集合这两者谁先后后这个问题的的时候了。首先指出，正因为逻辑是万物最归总的表达，所以每一个判断的名字都指称一个序列，正如“苹果”指称天下所有的苹果。现在我们看《纲要》中的这段话（为了方便读者理解，我把中英文并列在正文中）：

4.1252 Series which are ordered by internal relations I call formal series.

我把按照内在关系排序的序列叫做形式序列。

讨论：如前所述，内在关系即内在于逻辑坐标 aRb 此形式序列中的逻辑关系。

The series of numbers is ordered not by an external, but by an internal relation.

数的序列不是按照外在关系，而是按照内在关系排序。

讨论：外在关系即外在于逻辑坐标的名字与名字之间的关系。数学中的所有的数都仅仅是个名字，因为它抽象又归总地指称我们对生活中的具体的东西进行点数之后得到的结果。于是抽象思维的纯数学仅仅是按照外在关系排序。与之相反，维根斯坦

在此首次提出有逻辑的数学应该把每一个数按照基于客 / 主核对的逻辑坐标排序。

Similarly the series of propositions “aRb,”

“($\exists x$): aRx. xRb,”

“($\exists x,y$): aRx. xRy, yRb,” etc.

同样的诸多判断的序列 “aRb,”

“($\exists x$): aRx. xRb,”

“($\exists x,y$): aRx. xRy, yRb,” 等等也是按照内在关系排序。

讨论：如证据图 1.1 所示 “aRb” 是貌似原始的符号。它是维根斯坦给肉眼看不见并且不说话的原始逻辑坐标起的名字。它指称高度抽象的逻辑坐标。人类不可以证明先验的逻辑坐标为什么存在。但是所有的逻辑关系和基于逻辑的正确知识必须内在于 “aRb” 中。并且我们必须使用语言符号表达它们。

“($\exists x$): aRx. xRb” 这组代码说的是至少有这样一个 x 以至于那个 x 和客体语言 a 以及逻辑关系 R 关联，并且那个 x 同时也和逻辑关系 R 以及主体语言 b 关联。更直接的说，这组代码说的就是在第一阶逻辑坐标中必须有至少一个客体的元素作为判断的变量我们才能作出简单判断。所以这行代码的更形象的表达就是： $P(x) / (aRb)^1$ （符号“/”上面的是幂，下面的是底）

于是“($\exists x,y$): aRx. xRy, yRb”说的是至少有两个这样的判断的变量 x、y 以至于不仅 x、y 都必须分别被逻辑关系关联，并且 x 和 y 也必须被逻辑关系关联，并且只有这样主体语言 b 才能和客体语言 a 合理的对应成立。这句话的更简单的表达就是在第二阶逻辑坐标中必须至少有客体中的两个要素我们才能作出一个合理的复合判断。更形象的表达就是： $P(x, y) / (aRb)^2$

显然在逻辑判断的序列中，变量 (x) 和 (x, y) 都是在指称组成客体的成分。现在我们再回过头来温习纯逻辑句 $aRb + (- -) p$ 的结构。我们可以看出“判断的变量”²¹都是被包含在象征符号 p 里面的。于是我们可以把纯逻辑句中的“p”扩展为 $P(x), P(x, y), P(x, y, z), \dots$ 等等。

现在我们的证据论把些很有意思的东西揭露出来了。第一，我们可以用中文字填空高度抽象的判断句 p 的内容，比如 $P(\text{开、合})$ ， $P(\text{前、后})$ ，等等。第二，抽象思维的语言只能用字母或符号填空逻辑坐标。于是 $P(x, y)$ 中的两个变量既可以指称判断的变量也可以指称纯数学的变量。如果用作前者，那么名字和其指称的对象之间的是不透明的。如果用作后者，那么数学在 $aRb + (- -) p$ 中的判断句 p 里才出现。这就是说在维根斯坦之前，所有的数学计算都没有受到逻辑的语法规则和算法赋值的管辖，完全是人对心理活动（我觉得）进行的抽象的计算！心理活动是没有边界的，所以集合计算是被预设为无穷的。我们还可以看出，抽象语言只有在作出包含全部字母的核心逻辑系统之后最终才能用某个词语表达某个判断函数的意义！这就给虚拟的逻辑的机器增加了许多额外的负担。

正是由于抽象语言的变量可以同时指称判断的变量和数学的变量，所以抽象语言的使用不能区分抽象思维和高度抽象的思

²¹ Ibid. § 3.123. “propositional variable” 判断的变量。

维，所以司马炎等数学家的“数学逻辑”中的证据论才在一开头就故意混淆了逻辑和数学的界限。换句话说，把逻辑的表达和数学的表达混淆在代码中是“数学逻辑”这门数学的前沿学科之所以成立的大前提。但是我们可以用下面的图形证据1.6演示判断的变量序列的计算必然先于数学的集合论的计算：

逻辑坐标	前判	后判	有逻辑的算术	逻辑句	集合公式
$(aRb)^0$					
$(aRb)^1$	A	B	$A \leq B$ 或 $B \geq A$, 逻辑和		
$(aRb)^2$	A	B	$(A \times B) \times (B \times A)$, 逻辑积	$A \subseteq B$	$A \cup B = B$

这个图形从左到右演示着有逻辑顺序的表达应该是：如果 $A \subseteq B$ 那么 $A \cup B = B$ ；而不是如果 $A \cup B = B$ 那么 $A \subseteq B$ 。

实际上我们只需要下面这一组演绎代码和其中包涵的逻辑坐标和逻辑关系就能说明，数的集合论必然是被包涵在人类的主体语言之内的计算：

$a R b, b \subset (\text{人类语言}) \subset \text{各个学科的归总语言}) \subset \text{数学的集合论, 物理学的基础理论, 等等}))$ 。

这组代码还演示语法永远高于算法，从而凸显改进现代中文的语法规则的重要性。

现在我们可以说，在司马炎《数学逻辑入门指南》的第一章的问题3中，如果（2）成立，那么（1）当然不成立；但是，我们已经用基于逻辑坐标的图形证据演示（2）不成立。并且如果（3）成立，那么（4）当然不成立。所以问题3中的唯一正确答案是（3）：如果 $A \subseteq B = B$ 那么 $A \cup B = B$ 。

司马炎把（2）和（3）都当作是正确答案是错误的。这就是说，司马炎的证据论（也就是“数学逻辑”中的一脉相承的证据论）从一开始就故意混淆从而颠倒了逻辑和数学之间的关系。这么混淆有几个好处：1）继续保持了旧数学、旧逻辑和旧哲学在全世界学术界的话语霸权，从而保持了西方学术与舆论界在全世界的话语霸权。2）保守了维根斯坦发明的用判断的感知值投影 / 再现世界的技术和哲学秘密。3）在全世界确定了在计算机科学和信息科学中的龙头地位，从而维持着一个垄断性的用英语编程语言构建的信息科学的生态环境。于是，“数学逻辑”直到如今一方面全面剽窃维根斯坦制定的逻辑哲学的规则，一方面张冠李戴把维根斯坦一人制定的诸多重要的逻辑的演绎和逻辑的推导规则分别安到许多其他数学家的头上。

七、基于逻辑坐标的数论

现在我们再回过头来看纯逻辑句 $a R b + (- -) p$ 和从中推导出的逻辑的演绎规则图和逻辑的推导规则图。无论横看竖看，它都令人心驰神往，都能让人看出最美好但又最简单的东西。

例如我们在算法上可以把这组基于三阶逻辑的变量的变量的代码 $(- - / - - | - - / - -)$ 推导到 $(- -)$ 从而不断地划分世界和事实。于是我们可以看出基于逻辑坐标的序数的数论²²。我们首先

假定逻辑可以把任何一个简单判断句（无论新旧）看着是数字“1”，把逻辑关联看着是加法。于是从原始逻辑坐标开始，逻辑的加法就是 $(0) + (0+1) + (0+1+1) + \dots + (0 + n \text{ 个 } 1 \text{ 相加}) \dots$ 。但是逻辑并不懂得人为的加法符号，只懂得逻辑坐标和逻辑关系。于是我们可以把 $(0) + (0+1) + (0+1+1) + \dots + (0 + n \text{ 个 } 1 \text{ 相加}) \dots$ 写作 $(0 \wedge (0 \wedge 1) \wedge \dots \wedge (0 \text{ 和 } n \text{ 个 } 1 \text{ 的 } n \text{ 重联合}) \dots)$ 。并且逻辑坐标序列中的最后那个括号 $\dots$ 表达有逻辑的序数序列是个有限序列。

所以逻辑关系是保证逻辑的 $1 + 1$ 的算法牢不可破永远正确的秘密。在上面的形式的转换中，我们用联合关系的符号去掉了加法符号，于是用内在关系代替了外在关系。逻辑的加法演示逻辑并不懂得归纳。说归纳是合理的数学计算手段等于说逻辑懂得人的语言和思维。当然，逻辑连数字“1”也不懂。它只懂得逻辑坐标的 $(aRb) \dots$ 的递进演绎。不过如果我们把判断的名字填入到逻辑坐标中我们就可以得到对生活作分门别类的高度抽象的图形序列。这样的图形序列才是逻辑的计算、记忆和存储的基本单位。于是我们可以说逻辑的语言是种高度抽象的图形语言。

现在我们可以看出逻辑是这样点数： $(0), (0 \wedge 1), (0 \wedge 1) \wedge 1) \wedge \dots$ 。于是我们可以明白：1) 0 在逻辑的点数中是 1。1 是 2，如此等等。所以逻辑的点数序列是个有限序列，即 $n + 1$ 。2) 我们是用数字 1（一，one，等等）命名逻辑的点数 $(0 \wedge 1)$ ，用数字 2（二，two，等等）命名逻辑的点数 $(0 \wedge 1) \wedge 1)$ ，如此等等。但是人的点数是从 0 开始，逻辑的点数是从 1 开始。这时候我们就可以看出，数论中的各种正整数就都存在于 $(0), (0 \wedge 1), (0 \wedge 1) \wedge 1) \wedge \dots \wedge n \text{ 个 } 1 \text{ 的 } n \text{ 重联合})$ 这个用内在关系关联的序列中。并且这个序列必须接受逻辑的客主核对的语法规则 $a R b$ 和算法的赋值 $(\rightarrow)$ 的管辖。这就是说纠缠了数学领域好多世纪的各种数论的算法最终都必须归总到有逻辑的数的序列中。一旦如此，所有人为的数论的算法就没有任何归总的意义，就不能完整地描述并改造世界，更不能揭示宇宙间的秘密。这就是说数学思维并不是逻辑思维而是貌似有逻辑的对数这类特殊名字的使用进行的演绎和归纳。

维根斯坦曾在《讲座》中指出，按照罗素在《数学原理》中作出的逻辑的加法，我们无法确定随着被加出的数越来越大，加出来结果是否永远正确，并且也没法确定每个人加出来的结果是否一致。但是有逻辑的 $1 + 1$ 加法可以保证加出来的结果永远一致永远正确。于是逻辑的加法不仅是牢不可破的，而且逻辑的加法序列中的最后那个数 $n + 1$ 无论有多大，它总是个可以确定的数。维根斯坦能如此肯定的根本原因就是我们在上面讨论了的基于逻辑坐标的序数的数论。

我们知道，用数的计算作出的数论不是把数当作抽象思维的名字，而是把某些特殊的数当作是永恒的宇宙中的秘密。但是在逻辑坐标序列中任何数都必须有指称对象 --- 客体。根据在维根斯坦在第 4.1252 段提出的判断的逻辑的组织结构，并且按照笔者在上面提出的图形证据 $P(x) / (aRb)^1$ ，在一阶逻辑坐标上所有的自然数都必须写成 $P(x, x = 0, 1, 2, \dots, n) / (aRb)^1$ 。如果我们用希腊字母欧米茄 Ω 代表一阶逻辑坐标，用 x 指称判断 P 中的

²² 作者注：序数即在逻辑坐标序列的上方的幂确定的数。序数发生在纵向的逻辑坐标序列中。

客体的成分 ($x, x = 0, 1, 2, \dots, n$) 或者说组成客体的诸多简单事实, 那么我们就可以得到维根斯坦在《纲要》的第6.02段的有逻辑的自然数的数论的表达 $\Omega^0, x, \Omega^{0+1}, x, \Omega^0, x, \Omega^{0+1+1}, x, \Omega^{0+1+1+1}, x, \dots$ 。²³我们就问一句: 如果纯数学的数论连自然数的 $1+1$ 都不能确定, 它怎么能确定序数的 $1+1$ 的数论?

八、基于逻辑坐标的中文证据论的应用

我们还可以看出逻辑坐标的图形序列和其图形证据界定的判断的逻辑和逻辑的判断的定义域或者说“逻辑的空间”。²⁴并且这两种判断是我们用来素描客体的形式的“有逻辑的脚手架”。²⁵于是我们知道围绕着生活的画面构建逻辑的脚手架——这样的软件工程在说明世界和改造世界时是多么简洁和高效。这是因为我们根据逻辑规则图可以看出逻辑推理(无论阶位有多高)的核心就是从基于三阶逻辑坐标的三元复杂判断句或首次排序的逻辑中往下反推, 推出一个属于一阶逻辑坐标的新的简单判断, 从而得到一个新的事实, 或者说一个新成立的案例。我们推导出的新的事实越多, 我们这个世界的边界就越往外扩展, 直到有一天人类穷尽生活中的所有事实为止。于是我们就会不仅明白《纲要》中开篇第一句 The world is everything that is the case (世界是一切成立的实例)所意指的图形(如本文中的图1.1), 而且还会明白《纲要》中的从判断1到判断2的那八条判断句所意指的东西就是从纯逻辑句 $aRb + (--)p$ 中转换而出的有逻辑坐标的图形。并且我们还知道, 我们知道的事实越多, 我们所能控制的逻辑的矩阵(立体的定义域)就越宽广, 从中作出的逻辑数学的计算就越强大。

我们还会明白我们在这样的矩阵中作计算的目的是素描客体的各种形式(画面)。这是因为简单判断在逻辑的空间中确定一个点或者一条直线, 复合判断确定线段之间的逻辑关联, 三元复杂判断确定一个立体的方框等等。换个方式看, 我们可以说每一阶逻辑句就是一圈脚手架。我们是站在第一圈脚手架(一阶逻辑坐标)上素描并投影客体的形式的点, 在第二圈脚手架(二阶逻辑坐标)上素描并投影客体形式中的逻辑关联, 在第三圈脚手架上素描并投影界定客体的立体形式的范围, 如此等等。每一圈脚手架之间都有升华的阶梯, 那就是双重否定。这就是说每一次升华之后逻辑都可以在另一圈脚手架上往逻辑点上素描并投影出客体的另一类不同形式的画面。正是这些不断升级的画面组成逻辑的图形语言序列。所以逻辑就是一套简单、高效、高于自然的能创造万物和众生的形式的机制。我们据此可以说逻辑是一套高度归总高度抽象的有规律的精准地指导行为的机制。这就是为什么我们能写出逻辑句从而为电子计算机编制程序语言。于是逻辑学既是促进技术和科学的发展的跨学科的基础理论也是说明世界并改造世界的威力强悍的武器。

我们可以重申: 存在于逻辑句中的高度抽象的图形序列就是逻辑的计算、记忆和存储的基本单位。我们是通过脚手架的层次序列得到客体的形式的层次序列——从最简单的形式序列到最复杂的形式序列。当我们爬完了这些层次结构之后, 我们将登临高度抽象思维的顶点从而彻底看清我们这个世界的真相! 假如我们完全掌握了这个形式序列, 那么我们当然可以用计算机投影人的身体中每一层细微的形式结构。这将是人类掌握自己的命运的最终手段。

所以尽管征程是复杂的, 但是前景时光明的, 目的是可以最终到达的。这是因为只要有了三个不同的判断句的结构, 我们就能为客体包含的所有形式作画, 并且用虚拟的逻辑的机器和能源投影我们作出的那些立体的画面。它就是虚拟的现实就是如此的模型。这些画面既是逻辑的计算单位也是逻辑的记忆单位。于是我们可以说在逻辑学中, 我们只需要() 联() 这个组织结构的同义反复就能完整的构建这个世界, 并且我们在逻辑坐标序列中只需要一, 二, 三这三个数就能完整地描述世界。于是逻辑坐标的序列图怎么看都好看。从一阶逻辑坐标开始, 横看竖看都是美的升华, 都能让人层层深入, 步步惊心地看出大美无比的逻辑的组织结构。

例如, 如果我们把这个高度抽象的脚手架的楼梯结构表达成二维书面的王氏逻辑结构图, 那么我们横着并结合竖着看就能看出纯逻辑(判断的逻辑)和人类的逻辑推导(逻辑的判断)在逻辑的组织结构中的辩证统一关系。我们知道逻辑的演绎是从零阶逻辑坐标不断的递进演绎, 直到升华到 n 阶为止。这是从下往上的递进演绎。然而人类的逻辑推导是在逻辑坐标序列 $(aRb)^n$ ($n \geq 3$) 开始做首次排序的成对成双的判断的推导。为了检验我们的逻辑句是否撰写得合理, 我们必须把那个逻辑句的真值根据化简到 $(tf)^1$ 。这显然是个从上往下的兜底的解构和分析的过程。于是我们可以说在逻辑坐标的竖向上, 逻辑的演绎是往上升华; 而逻辑的推理是在逻辑坐标的竖向上每向下合理解构一次逻辑句就往上升华一个层次, 并且同时在横向的一阶逻辑坐标上增加一个新的简单事实。

现在我们横竖看 $(aRb)^1$ 上的简单判断序列。根据 aRb 的轴对称原理, 可以判定有 n 个简单判断, 就有 n 层逻辑的大厦; 也可以判定逻辑坐标的序列是个有限序列 $n+1$, 这是因为逻辑坐标的使用是从 $(aRb)^0$ 开始; 还可以判定我们的逻辑的推导可以在一阶逻辑坐标上不断地得到 $n-1$ 个新的简单事实, 这是因为我们要扣除逻辑坐标序列中的第一个简单事实 (aRb) 。这个原始事实是演绎和推导的原始起点, 即不能证明为真也不能证明为伪。于是任何数学体系中也必须存在一个不能证明真伪的原始判断或者说公理。必须强调, 无论 $n+1$ 或 $n-1$, 它们都演示逻辑的演绎和逻辑的推导序列都是有限序列。

判断的演绎和逻辑的判断的辩证统一之精妙绝伦处就在于我们对我们撰写的逻辑句在逻辑坐标中向下的合理解构实际上是逻辑的升华! 这是因为在横向的一阶逻辑坐标上, 合理的逻辑的推导是逻辑的演绎的截取。我们可以不断地向前截取, 直到逻辑的推导全等于(全取)逻辑的演绎。我们到那个时候就必将掌握生

²³ 作者注: 自然数即基数。基数发生在一阶逻辑坐标的横向上。

²⁴ Ibid. § 3.42. The logical scaffolding round the picture determines the logical space. 围绕画面搭脚手架确定逻辑的空间。

²⁵ Ibid. § 4.023. The proposition constructs a world with the help of a logical scaffolding. 判断在逻辑的脚手架之搭架的帮助下构建世界。

活中的全部事实和完美的逻辑。

基于逻辑坐标的证据论演示，从今以后无论做什么学问都必须以高度抽象的证据为判断的基础。不管什么人被有目的地宣传为作出了什么伟大的成就，发明如何了不起的计算公式，逻辑学都赋予了我们正当的权利问那些成就和发明有什么高度抽象的逻辑证据，在生活中有什么直接的应用？只有这样，忽悠人的把戏才不会成为学术、舆论和思想领域里的流通货。换句话说，无论是学术还是生活中的可靠的牢不可破的证据都必须基于高度抽象的逻辑坐标。

我们可以看出，我们使用以上六个基于逻辑坐标的图形证据不仅可以构建核心逻辑中文系统还可以构建全新的中文知识体系和话语体系。这是因为如果我们懂得了中文文字中的表达结构是名字指称画面，画面包含判断的真值函数运算（这完全和逻辑的组织结构契合），那么我们将认识到基于拼音语言的语法的现代汉语的语法是多么的牛头不对马嘴，被弄得多么的枯燥、繁琐、复杂、低效。

我们也可以看出维根斯坦生前发表的唯一著作“Tractatus Logico-Philosophicus”是观看他自己作出的但是没有公开的有逻辑坐标的图形序列并对图形序列进行翻译或者说解读的伟大成就。如果逻辑的脚手架是大纲，那么那部著作就是从大纲中有系统地撷取的诸多要点。所以我们应该把这本书的书名合理地翻译为《逻辑哲学纲要》。

我们还可以看出，由于逻辑是高度归总的图形序列，是有规律可循的高度抽象的行为的机制，是块属于全人类的“不离不

弃，芳龄永济”的宝玉。我们完全可以用以上六个基于逻辑坐标的图形证据作出用中文语言（和部分抽象符号）表达的逻辑学，并以此为根据构建逻辑数学、逻辑中文、或者任何其它基于逻辑的学科。于是这样的逻辑学就是全人类共享的跨学科研究的基础；并且这样的逻辑学将消除用代码表达的逻辑学中存在的因为意指不透明而出现的逻辑的演绎和推导都不清晰，在表达上都被弄得非常繁琐和复杂的现象。

我们当然也可以看出其它许多与基础理论有关的东西。这是因为我们这个世界之千变万化的形式，纷纭复杂的万千表象都可以精准、全面深入地被表达在逻辑的组织结构中。

总而言之，基于逻辑坐标的中文证据论要比基于代码的证据论严谨、透明、简洁、高效。

最后让我们吟咏笔者创作的一首诗以表达逻辑哲学的伟大意义：

七律 逻辑哲学
逻辑推导济苍生
真伪感知众目清
唯我排除困惑扰
随人设局计谋更
既关岁月凡尘误
也演永恒叙事明
若问哲思何处隐
高超证据看图形

参考文献

[1]Cora Diamond ed. Wittgenstein’ s Lectures on the Foundations of Mathematics. Cambridge, 1939. 《维根斯坦1939年在剑桥的论数学的基础的讲座》 Chicago, the University of Chicago Press, 1976. 在本文中简称为《讲座》。
[2]Raymond M. Smullyan. A Beginner’ s Guide to Mathematical Logic. 《数学逻辑入门指南》 Dover Publications. Garden City, New York, 2014. 笔者用中文翻译并解读了这本书的正文的全部内容。
[3]Raymond M. Smullyan. A Beginner’ s Further Guide to Mathematical Logic. 《数学逻辑高级入门指南》 World Scientific Publishing Co. Garden City, New York, 2016. 笔者用中文翻译并解读了这本书的正文的全部内容。
[4]Alfred Tarski. Introduction to Logic and to the Methodology of Deductive Sciences. New York, Dover Publications, 1946. 塔斯基,《逻辑和演绎科学的方法论的引介》，纽约：多佛出版社，1946。
[5]Ludwig Wittgenstein. Tractatus Logico-Philosophicus. Translated by C. K. Ogden. Barnes & Noble, Inc. New York, NY. 2003.
[6] 王爱学.《如何全面深入地译读维根斯坦：逻辑的语法算法和表达的规则》，北京：线装书局 .2024.
[7] 王爱学.《初级逻辑学简介》，北京：线装书局，2024.