

数学抽象在“数与代数”问题解决中的应用机制与教学优化研究

方鑫淼

长春师范大学, 吉林 长春 130032

DOI: 10.61369/ETR.2026180045

摘 要 : 本文探讨数学抽象在“数与代数”问题解决中的应用机制与教学优化路径。数学抽象是连接概念建构与问题解决的关键认知桥梁, 主要体现为概念抽象与关系抽象, 前者支撑问题精准表征, 后者保障推理链条连贯。当前教学存在重知识、轻抽象的问题, 学生易陷入具象依赖, 难以完成从具体到抽象的转化, 制约解题能力与核心素养发展。研究提出优化策略: 重构教学内容、可视化抽象过程、开展分层与合作活动、建立过程性评价, 推动教学向素养培育转型, 助力学生形成稳定抽象思维, 夯实数学学习基础。

关 键 词 : 数学抽象; 数与代数; 问题解决; 教学设计; 教学活动

Application Mechanism of Mathematical Abstraction in Problem-Solving of "Number and Algebra" and Teaching Optimization Research

Fang Xinmiao

Changchun Normal University, Changchun, Jilin 130032

Abstract : This paper discusses the application mechanism of mathematical abstraction in problem-solving of "Number and Algebra" as well as the paths for teaching optimization. As a key cognitive bridge connecting concept construction and problem-solving, mathematical abstraction is mainly reflected in conceptual abstraction and relational abstraction. The former supports accurate problem representation, while the latter ensures a coherent reasoning chain. Current teaching is characterized by an emphasis on knowledge over abstraction, leaving students prone to concrete dependence and difficulty in completing the transformation from concreteness to abstraction, which restricts the development of their problem-solving abilities and core literacy. The study proposes optimization strategies: reconstructing teaching content, visualizing the abstraction process, carrying out hierarchical and cooperative activities, and establishing process evaluation. These measures promote the transformation of teaching toward literacy cultivation, help students form stable abstract thinking, and lay a solid foundation for mathematics learning.

Keywords : mathematical abstraction; number and algebra; problem-solving; instructional design; teaching activities

数学抽象是连接概念建构与问题解决的认知桥梁, 研究其在“数与代数”领域的应用机制, 具有重要理论与实践价值。课标修订后, 数学眼光实际上成为一个“硬”杠杠, 也就是每一个学生都要有“剥离”或“去掉”真实对象中的“真实”, 发现抽象数量关系和空间形式的经历^[1]。该领域作为义务教育数学核心内容, 逻辑性与抽象性较强, 问题解决离不开抽象思维, 学生需剥离非本质属性、提炼数学本质来解决问题。当前教学仍偏重知识传授, 忽视素养培养, 致使学生难以实现从具体到抽象的转化, 解题能力受限。开展相关研究, 有助于落实核心素养改革, 为教师提供新视角, 推动教学向素养培育转型, 帮助学生形成抽象思维, 为长远数学学习与发展打下基础。

一、数学抽象在“数与代数”问题解决中的应用机制

(一) 概念抽象在问题表征中的作用

抽象能力是指对现实世界数量关系与空间形式的抽象能力, 在“数与代数”的学习中, 主要是对数量关系进行抽象, 得到数学的研究对象, 形成数学概念、性质、法则和方法的能力^[2]。数学

概念的产生是一个完整的抽象过程。第一, 通过观察身边客观世界的共同属性进行简单概括, 形成初级的概念。第二, 运用科学思维进一步的抽象和概括, 最终形成数学概念^[3]。概念抽象帮助学生实现从自然语言到数学符号语言的转换。

教学实践表明, 概念抽象能力的差异直接影响学生的问题表征质量。研究发现, 具备较强概念抽象能力的学生能够更快识别

问题中的核心数学概念，避免被无关信息干扰，形成简洁准确的表征方式；而概念抽象能力薄弱的学生往往停留在情境的表面描述，难以建立数学概念与问题情境的对应关系，导致表征模糊或错误。例如，在“百分数应用题”中，部分学生因无法抽象出“单位1”的概念，难以区分“增加百分之几”与“是百分之几”的本质差异，进而在表征阶段出现偏差。

所以，概念抽象在“数与代数”问题表征中扮演着“桥梁”角色，它连接具体情境与数学模型，通过本质提取、概念联结与结构揭示，帮助学生构建清晰、准确的问题表征，为后续的问题推理与解决奠定基础。深入理解这一作用机制，对优化“数与代数”教学中数学抽象的应用具有重要的理论与实践意义。

（二）关系抽象在问题推理中的作用

数学关系抽象是指根据认识目的从研究对象中抽取或建构若干构成要素之间的数量关系或空间位置关系而舍弃其物理现实意义或其它无关特征的抽象^[4]。相较于概念抽象，关系抽象是找出不同对象、运算或结构之间的依存规律，其在问题推理中的作用机制可从问题解构与推理链条构建两个层面进行分析。

在问题解构层面，关系抽象通过剥离情境中的非本质信息，将具体问题转化为可操作的数学关系模型。例如，在“行程问题”中，学生面对“甲乙两车相向而行”的文字描述时，需通过关系抽象识别出“路程 = 速度 × 时间”这一核心数量关系，并进一步区分“相向”情境下的“路程和 = 速度和 × 相遇时间”的衍生关系。这一过程并非简单的公式套用，而是通过对“运动方向”“时间同步性”等情境要素的抽象，将实际问题映射为包含变量、运算与约束条件的数学结构。关系抽象能力越强的学生，越能够在问题表征阶段快速定位隐藏的等价关系或因果关系，避免陷入“就题论题”的机械思维。

在推理链条构建中，关系抽象为多步推理提供了逻辑纽带。“数与代数”问题常涉及多类关系的嵌套与转化，如等式性质到方程求解、函数定义到单调性分析，均以关系抽象为基础。以一元二次方程根与系数关系教学为例，学生通过对比因式分解形式与展开式系数，抽象出根与系数的数量规律。这一过程可简化推理步骤，依托关系的传递性与可逆性搭建从已知到结论的逻辑路径。学生关系抽象能力的强弱，直接决定推理的连贯性，能力不足者易因无法识别关系层次，出现推理中断或逻辑混乱。

所以，关系抽象在“数与代数”问题推理中扮演了解构情境与衔接逻辑的核心角色。其作用机制的有效发挥，不仅依赖于学生对数学关系的敏感性，更需要教学过程中对关系抽象方法的系统渗透。后续研究可进一步探讨如何通过教学设计，帮助学生建立从“具体关系感知”到“抽象关系建模”的路径，为提升“数与代数”领域的问题解决能力提供理论支撑与实践指导。

二、当前“数与代数”教学中数学抽象应用的现状

（一）教学实践中数学抽象渗透的不足

在“数与代数”教学中，数学抽象渗透不足，已成为制约学生核心素养发展的重要问题。当前教学内容存在明显的“具象化

依赖”，教材与课堂设计过度依赖生活化情境和直观教具，虽降低了入门难度，却未能完成从具象到抽象的有效过渡。以方程教学为例，教师常借助购物、行程等情境引入问题，但很少引导学生剥离商品、人物等非本质信息，抽象出核心的等量关系。不少教师将情境理解等同于问题解决，忽视去情境化的抽象过程，仅把未知数解释为具体数量，而非一般化的符号表征，导致学生无法建立符号与数学对象的对应关系。这种长期停留在具象层面的教学，使学生思维被具体情境束缚，难以形成独立的数学抽象能力。

这一问题本质上源于教学理念对数学抽象价值的认知偏差。它不仅让学生难以把握代数等价变形等核心结构，更使其缺乏抽象表征能力，无法抓住复杂问题本质，最终形成只会简单题、难解综合题的局面，严重影响数学核心素养的形成。

（二）学生数学抽象能力发展的困境

学生数学抽象能力的发展是“数与代数”领域问题解决能力提升的核心支撑，但其培养过程往往面临多重困境，这些困境既源于学生认知发展的阶段性特征，也与教学实践的导向偏差密切相关。从认知心理学视角来看，学生在抽象思维形成阶段普遍存在“具象依赖”与“抽象断层”的矛盾：在“数与代数”学习初期，学生习惯通过实物、图形等具象载体理解概念（如用苹果数量对应自然数、用线段图表示方程关系），但当知识进阶至符号化、形式化层面（如代数式的恒等变形、函数的抽象定义）时，部分学生难以摆脱具象经验的束缚，无法将具体情境中的数量关系提炼为通用的数学模型。例如，在理解“变量”概念时，学生常混淆“字母表示特定数”与“字母表示任意数”的本质差异，将“ $x+5=8$ 中的 x ”与“ $y=2x$ 中的 x ”视为同一层次的符号，忽视了后者作为“变化量”的抽象内涵，这种认知偏差直接导致问题表征阶段的逻辑混乱^[5]。

学生数学抽象能力发展的困境是认知依赖、意义缺失、迁移障碍与元认知不足共同作用的结果，这些困境不仅制约了“数与代数”领域的问题解决效率，更影响了学生数学核心素养的整体提升。因此，破解这些困境需要从教学内容的设计、教学方法的创新以及学生元认知的培养等多维度入手，为抽象能力的发展搭建阶梯式的支持体系。

三、“数与代数”教学中数学抽象应用的优化策略

（一）基于数学抽象的教学设计优化

对数学抽象的教学设计优化有助于提升教师的“数与代数”教学质量和学生的数学抽象能力。首先，教学内容的重构应将抽象的本质显性化，便于学生理解抽象概念。例如，在“用字母表示数”的教学中，教师要向学生渗透代数是研究数字和文字的运算理论与方法的思想，让学生感悟“字母式”的本质，在脑海中较好地建构“字母式”，也就是代数式的表象，为进一步的抽象学习、概念提炼等提供坚实的基础^[6]。其次，教学方法需将抽象思维的过程可视化。可采用“抽象过程的动态演示策略”，借助几何画板、思维导图等工具，将数学抽象的关键步骤转化为可视

化的思维轨迹^[7]。还可以采用分层教学法，即可以针对不同水平的学生设置不同的抽象任务。例如，针对水平较差的学生可以设置一些从具体情境中抽象出数学概念的任务，针对水平较好的学生设置从多个概念中寻找它们的本质特征的任务，确保每个学生都能在最近发展区中发展抽象能力。最后，教学评价可以通过 AI 工具建立抽象能力的过程性评估体系。推进 AI+ 教育必须强化过程评价而人工智能在教育中的应用又是强化过程评价、保障过程评价公信力的最重要的技术手段^[8]。传统以“结果正确性”为核心的评价模式，难以全面反映学生的抽象思维发展水平，因此可以让学生在 AI 软件解决实际问题，通过 AI 反馈学生数学抽象能力水平的评价以及教师对每个学生进行询问来进行综合评价，通过这种过程性评估，教师能精准把握学生在抽象能力发展中的薄弱环节，为后续教学调整提供依据，实现教学设计优化的闭环反馈。

（二）促进学生数学抽象能力提升的教学活动设计

教学设计在教师的教学中占据着重要地位，高质量的教学设计是开展高质量课堂教学的前提，其完成既依赖教师丰富的经验和知识积累，也需要大量的时间与精力^[9]。对“数与代数”进行系统化的教学设计时，应将抽象思维的培养融入教学活动中，这样才能有效促进学生的数学抽象能力。教学活动的设计应遵循从具体到表象再到抽象的认知规律。

可视化操作活动能够帮助学生建立抽象概念的表象支撑。针对“数与代数”中抽象程度较高的内容（如“函数的概念”“方程的本质”），可借助几何直观工具（如数轴、方格纸、函数图像）或物理模型（如天平、线段图），将抽象的数量关系转化为可感知的图形或操作^[10]，帮助学生突破“抽象关系不可见”的认知障碍，逐步形成用图形表征数量关系的抽象思维习惯。

合作式抽象活动能够通过思维碰撞提升抽象的深度与广度。组织学生以小组为单位开展“概念辨析”“规律探究”类任务，如让小组合作分析“为什么‘ a^2 是 a 的平方’而非‘ a 乘 2’”“不同情境下的函数表达式有何共同特征”。在合作过程中，学生需清晰表达自己的抽象思路，倾听他人的不同观点，并通过讨论修正对概念本质的认知偏差。这一过程中，学生不仅需要完成个体的抽象，还需通过交流将个体的抽象经验转化为集体的认知共识，从而深化对抽象本质的理解。

综上所述，促进学生数学抽象能力提升的教学活动设计，需以学生的认知发展为核心，通过可视化操作、合作式抽象的有机结合，让抽象思维的培养贯穿于“数与代数”教学的全过程，最终帮助学生形成“从具体中见抽象，用抽象来解决具体”的数学思维方式，真正实现数学抽象能力的可持续发展。

四、结语

数学抽象是“数与代数”问题解决的核心思维支撑，其在概念表征与关系推理中的作用不可或缺。当前教学中抽象渗透不足、学生抽象能力发展受阻等问题，需通过教学内容重构、方法创新与活动优化逐步破解。教学中应遵循从具体到抽象的认知规律，借助可视化工具与合作探究等多元路径，让抽象思维培养落地课堂。唯有如此，才能推动教学从知识传授转向素养培育，帮助学生真正掌握抽象方法、形成抽象思维，为其后续数学学习与终身发展筑牢根基。

参考文献

- [1] 孙晓天, 刑佳立. 中国义务教育: 基于核心素养的数学课程目标体系 [J]. 小学数学教与学, 2022 (5): 20-22.
- [2] 高峰官, 王国强. 从数感到符号感, 发展学生抽象能力——从“数与代数式”的教学谈起 [J]. 数学教学通讯, 2023, (26): 41-43.
- [3] 邓鹏. 数学概念教学中培养学生数学抽象素养的教学探究 [D]. 四川师范大学, 2024.DOI: 10.27347/d.cnki.gssdu.2024.001037.
- [4] 牟成梅. 学会数学关系抽象提高解决问题能力 [J]. 考试 (高考版), 2004, (03): 35-37.
- [5] 蔡艳. 小学数学“数与代数”解题策略 [J]. 数学教学通讯, 2021, (04): 87-88.
- [6] 马慧清. 关注代数思维培养, 助力小学生有效数学学习——以“用字母表示数”教学为例 [J]. 数学教学通讯, 2023, (31): 72-74.
- [7] 钱丽君. 巧用微课教学夯实数与代数——以苏教版六年级“分数与分数相乘”为例 [J]. 数学教学通讯, 2022, (10): 18-19+30.
- [8] 熊丙奇. 建立与 AI+ 教育相适应的教师管理与评价体系 [J]. 上海教育评估研究, 2024, 13(05): 42-44+66.DOI: 10.13794/j.cnki.shjee.2024.0066.
- [9] 赵文君, 张道苒, 张红, 等. 生成式人工智能赋能数学教学设计的路径与策略 [J]. 福建教育, 2025, (22): 94-101.
- [10] 赵永. 用“辅助图”优化小学数学“数与代数”教学 [J]. 数学教学通讯, 2022, (07): 75-76.