

立体因果图中的条件作用事件

汪志勋

重庆师范大学数学科学学院, 重庆 401331

DOI: 10.61369/TACS.2026050003

摘 要 : 着眼于拓展条件作用事件在动态因果推理中的应用范围, 进一步完善立体因果图 (Cubic DUCG) 的理论架构, 重点研究了穿越式因果连接中的两种新形式——条件作用延展与条件作用延滞。通过建立包含此类事件的立体因果图模型, 文章分析了它们在约简前后的逻辑结构对应关系, 证明了二者在动态推理体系中具有逻辑等价性。结果表明, 一般动态不确定因果图 (DUCG) 中关于条件作用事件的已有结论能够有效地迁移至立体因果图。这一研究工作不仅丰富了立体因果图的理论内涵, 也为处理具有时序依赖与结构复杂性的不确定因果问题提供了更为系统、高效的理论基础与分析工具。

关 键 词 : 立体因果图; 因果关系; 条件作用事件

Conditioned action events in a Cubic Dynamic Uncertain Causality Graph

Wang Zhixun

School of Mathematical Sciences, Chongqing Normal University, Chongqing 401331

Abstract : Focusing on expanding the application scope of conditioning events in dynamic causal reasoning and further refining the theoretical framework of the Cubic Dynamic Uncertain Causal Graph (Cubic DUCG), this study specifically investigates two new forms within trans-causal connections: conditioning extension and conditioning delay. By constructing Cubic DUCG models incorporating such events, the paper analyzes the correspondence of their logical structures before and after reduction, demonstrating their logical equivalence within the dynamic reasoning system. The results indicate that existing conclusions regarding conditioning events in the general Dynamic Uncertain Causal Graph (DUCG) can be effectively transferred to the Cubic DUCG. This research not only enriches the theoretical foundation of the Cubic DUCG but also provides a more systematic and efficient theoretical basis as well as analytical tools for addressing uncertain causal problems characterized by temporal dependencies and structural complexity.

Keywords : cubic dynamic uncertain causality graph; causal relationships; conditioned action events

在人工智能领域, 对不确定因果关系的表达与推理始终是一项核心挑战。以贝叶斯网络^[1-3]为代表的传统模型在处理多状态变量及复杂时序因果问题时存在局限。动态不确定因果图^[4-7] (DUCG) 的提出为复杂系统建模提供了新范式, 其引入的条件作用事件机制增强了模型的表达能力。然而, 面对跨越多个时间切片且存在因果关联的动态场景 (即第四类^[8-9] 动态问题), 通用 DUCG 方法通常难以提供符合时序逻辑的推理解释。

为突破此限制, 立体因果图^[10] (Cubic DUCG) 被专门提出, 以处理因果作用的“延展”与“延滞”效应。现有研究已初步构建了其模型框架, 但对条件作用事件在这一新架构下的表现形式与推理机制尚未深入探讨。为此, 本研究旨在系统探讨条件作用事件在立体因果图中的两种新形式——条件作用延展与条件作用延滞, 并证明它们能够无缝融入立体因果图的动态推理体系。

本研究通过理论推导与逻辑等价性证明, 揭示了包含此类事件的模型在约简前后具有一致的逻辑展开结果。这一关键结论使得通用 DUCG 中关于条件作用事件的成熟理论得以直接应用于立体因果图, 显著简化了复杂动态情境下的推理计算。研究成果不仅拓展了条件作用事件的应用边界, 深化了立体因果图的理论体系, 也为处理更具复杂性和时序性的不确定因果问题提供了更为坚实的理论基础与高效分析方法。

一、Cubic DUCG 简介

(一) 基本定义与假设

Cubic DUCG 模型是 DUCG 模型的拓展模型, 其依然基于

DUCG 模型的基本假设: V_i 是子变量 X_n 的父变量, $V \in (X, B, G)$

则有 $X_{nk} = \sum_i (r_{ni} / r_n) \sum_{j_i} A_{nkji} V_{ji}$ 成立, 其中 j_i 表示父变量 V_i 所处

状态, r_{ni} 表示 X_n 与 V_i 之间的关联度, 且 $r_n = \sum_i r_{ni}$ 。 A_{nkji} 表示

作者简介: 汪志勋 (2001.1—), 男, 汉族, 安徽黄山, 硕士研究生, 无职称, 研究方向: 应用数理统计。

在 V_{j_i} 已经发生的条件下 V_{j_i} 导致 X_{nk} 发生这一随机事件。也被称作父事件 V_{j_i} 与子事件 X_{nk} 之间的作用事件。当 $A_{nk:j_i}$ 为条件作用事件时，在图形表示中通常用虚线有向弧表示父变量与子变量间的因果关系，只有当 $A_{nk:j_i}$ 的条件满足时，此时的条件作用事件才变为普通作用事件，且连接父变量与子变量的虚线有向弧变为实线有向弧。

(二) Cubic DUCG 建模方法

常见的时序模型中受限于 Markov 假设： t 时刻变量集合 X_t 只与 $(t-1)$ 时刻有关，而与更多的过去时刻无关。而采用穿越式因果连接的 Cubic DUCG 模型克服了这一限制，它允许将任意两个时刻的变量集合相连接，从而使模型能够“逐步生长”。建模方法为初因故障模式分解、时间片内横向因果化简、建立穿越式连接。

由此建立起 $Slice_DG(B_i; t_m)$ 与 $Cubic_DG(B_i; t_{m-1})$ 间的穿越式连接，并以此类推完成整个 $Cubic_DG(B_i; t_m)$ 内部的穿越式连接。

当我们接受了一个新时间片的数据时，也可以参照上述方法建立与原 Cubic DUCG 的穿越式连接，使得模型“逐步生长”。

二、Cubic DUCG 中的条件作用事件

(一) 条件作用事件的分类

Cubic DUCG 中的条件作用事件可以分为时间片内的条件作用事件与穿越式连接中的条件作用事件。时间片内的条件作用事件也就是我们说的一般动态 DUCG 中的条件作用事件，这里不做特别讨论。把条件作用事件拓展到 Cubic DUCG 上，不难发现穿越式连接中的条件作用事件有两种：条件作用延展与条件作用延滞。这两类跨时间片的条件作用事件是否能够融入 Cubic DUCG 的动态推理过程呢。

(二) 约简前后的逻辑等价性证明

Cubic DUCG 动态推理是基于约简后的立体因果图进行的，把故障模式 B_i 对应的推理因果图称作 $Cubic_DG^*(B_i; t_m)$ 。其中约简 [10] 表示逻辑意义重合的变量及因果关系在立体因果图中删除、合而为一，而这些变量和关系在因果图中仍然存在，只是因其逻辑意义等同、推理中可依据幂等律吸收，因此通过约简来获得因果图模型的简化。如图 1 所示为故障模式 B_i 对应的推理因果图 $Cubic_DG^*(B_i; t_m)$ 约简前后对比。

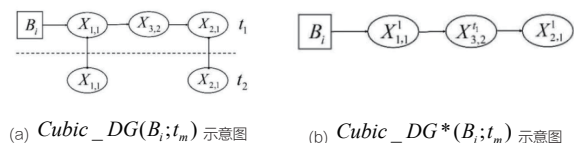


图 1

两者的逻辑展开结果等同，但文中并无具体的证明过程。那么，穿越式连接中包含条件作用事件的 DUCG 是否也满足这一结论呢？如果结果满足，就说明 $Cubic_DG^*(B_i; t_m)$ 可以使用一般动态 DUCG 中条件作用事件的相关结论，这将方便我们计算 Cubic

DUCG 的相关参数，大大增加模型的可解释性。下文将证明两者中包含条件作用事件的逻辑展开结果也等同。

证明 首先要明确什么是逻辑展开结果等同，根据 DUCG 的相关知识，对于任何给定的证据 E 和任何假设事件 H_{j_i} （在 $Cubic_DG(B_i; t_m)$ 中通常是根原因 B_i ），对约简前后的 Cubic DUCG 图的证据进行逻辑展开，所得到的两个仅包含基本事件（ B ， A ， P 等）的互斥积之和表达式是逻辑等价的。对于一般证据的逻辑展开已经有了结果等同的结论，本文只对条件作用事件指向的节点进行研究。

那么可以考虑这样一种情况： $Cubic_DG(B_i; t_m)$ 中的穿越式连接包含条件作用事件，其条件为根原因的某一状态或者是某一状态的余事件。那么对于这样一个穿越式连接中包含条件作用事件的 DUCG，可以先用它构建立体因果图模型，然后进行约简，最后证明约简前后的 Cubic DUCG 图逻辑展开的表达式是逻辑等价的。

构建 Cubic DUCG 图模型：穿越式连接中包含条件作用事件的 DUCG 也遵循初因故障模式分解、时间片内横向因果化简和建立穿越式连接三步的构建方法，与一般 DUCG 的不同之处在于穿越式连接的构建。应该说明经过分解与化简得到的因果图中，条件作用事件的条件应该是根原因的某一状态或者是某一状态的余事件。因为条件作用事件的条件必须是可以判断是否可以满足的，如果条件无法判断是否可以满足，就没有办法进行约简，必须保留时间片的区分。这时只有证据与根原因是给定的，而证据中变量的状态是给定的，如果这些证据作为条件，会使得条件作用事件转变成一般的作用事件，我们不需要对这种情况进行讨论，那么条件就只能是根原因。一个穿越式连接中包含条件作用事件的 $Cubic_DG(B_i; t_m)$ 图见图 2。

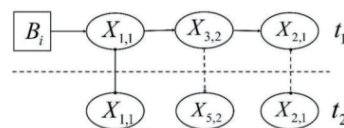


图 2 穿越式连接中包含条件作用事件的 $Cubic_DG(B_i; t_m)$ 图

可以看到图中有三条穿越式连接，一条实线表示的是一般的因果作用延展，含义是时序因果作用中结果事件在不受其他因素改变的情况下可保持其状态不变至后续时刻，一条虚线箭头表示条件作用延滞，含义是在满足条件的情况下，该事件转变成一般的延滞事件，另一条虚线连接表示条件作用延展，含义是在满足条件的情况下该事件转变成一般的延展事件。

约简 Cubic DUCG 图：约简是处理 Cubic DUCG 中逻辑重合事件的方法，那么延滞事件是不可约简。而在现有框架内解决条件作用延展的约简方法有两个：1、仿照延滞事件的处理方法，不对其约简。这显然会增加模型的复杂度，并非理想方法；2、因为穿越式连接中的条件作用事件一般以根原因的某一状态或者是某一状态的余事件为条件，在不同时间片中往往同时满足或者不满足，因此条件作用延展的节点只能有两种情况：无法约简或者重合为一个节点 X_{nk}^1 （1 表示第一次重合）。因此我们可以先分别讨论条件满足或不满足的情况下的约简模型，最后再合并讨论。约简

后的 Cubic DUCG 图见图3。

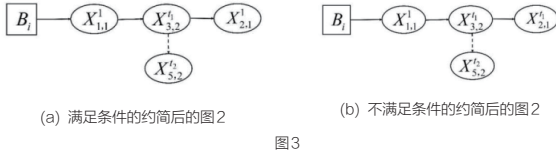


图3

假设条件作用延展的条件为 $Z_{2,2}(t_2; t_1)$ ，条件作用延滞的条件为 $Z_{5,3}(t_2; t_1)$ ，已知 $X_{11}^1 = X_{11}(t_1) = X_{11}$ 、 $X_{21}^1 = X_{21}(t_1) = X_{21}$ 下文证明图3与图4的逻辑展开结果等同。

图2：由全概率公式

$$\begin{aligned} X_{21}(t_2) &= (Z_{2,2}(t_2; t_1) + \bar{Z}_{2,2}(t_2; t_1))X_{21}(t_1) \\ &= Z_{2,2}(t_2; t_1)[F_{21,32}(t_1; t_1)F_{32,11}(t_1; t_1)F_{11,i}(t_1; t_1)B_i] + \\ &\quad \bar{Z}_{2,2}(t_2; t_1)[F_{21,32}(t_1; t_1)F_{32,11}(t_1; t_1)F_{11,i}(t_1; t_1)B_i] \\ X_{52}(t_2) &= (Z_{5,3}(t_2; t_1) + \bar{Z}_{5,3}(t_2; t_1))X_{52}(t_1) \\ &= Z_{5,3}(t_2; t_1)[F_{32,11}(t_1; t_1)F_{11,i}(t_1; t_1)B_i] + \bar{Z}_{5,3}(t_2; t_1)[F_{32,11}(t_1; t_1)F_{11,i}(t_1; t_1)B_i] \end{aligned}$$

图3：

$$\begin{aligned} X_{21}^1 &= F_{21,32}(1; t_1)F_{32,11}(t_1; 1)F_{11,i}(1; t_1)B_i \\ X_{21}^h &= F_{21,32}(t_1; t_1)F_{32,11}(t_1; 1)F_{11,i}(1; t_1)B_i \\ X_{52}^1 &= (Z_{5,3}(t_2; t_1) + \bar{Z}_{5,3}(t_2; t_1))X_{52}^1 \\ &= Z_{5,3}(t_2; t_1)[F_{32,11}(t_1; 1)F_{11,i}(1; t_1)B_i] + \bar{Z}_{5,3}(t_2; t_1)[F_{32,11}(t_1; 1)F_{11,i}(1; t_1)B_i] \end{aligned}$$

则

$$\begin{aligned} X_{21}(t_2) &= Z_{2,2}(t_2; t_1)[F_{21,32}(t_1; t_1)F_{32,11}(t_1; t_1)F_{11,i}(t_1; t_1)B_i] + \bar{Z}_{2,2}(t_2; t_1)[F_{21,32}(t_1; t_1)F_{32,11}(t_1; t_1)F_{11,i}(t_1; t_1)B_i] \\ &= Z_{2,2}(t_2; t_1)[F_{21,32}(1; t_1)F_{32,11}(t_1; 1)F_{11,i}(1; t_1)B_i] + \bar{Z}_{2,2}(t_2; t_1)[F_{21,32}(t_1; t_1)F_{32,11}(t_1; 1)F_{11,i}(1; t_1)B_i] \\ &= Z_{2,2}(t_2; t_1)X_{21}^1 + \bar{Z}_{2,2}(t_2; t_1)X_{21}^h \\ X_{52}(t_2) &= Z_{5,3}(t_2; t_1)[F_{32,11}(t_1; t_1)F_{11,i}(t_1; t_1)B_i] + \bar{Z}_{5,3}(t_2; t_1)[F_{32,11}(t_1; t_1)F_{11,i}(t_1; t_1)B_i] \\ &= Z_{5,3}(t_2; t_1)[F_{32,11}(t_1; 1)F_{11,i}(1; t_1)B_i] + \bar{Z}_{5,3}(t_2; t_1)[F_{32,11}(t_1; 1)F_{11,i}(1; t_1)B_i] \\ &= X_{52}^1 \end{aligned}$$

可以看到图2与图3中条件作用延滞对应的变量确实是逻辑等价的，也就是逻辑展开结果等同。观察 $X_{21}(t_2)$ 的展开式，是一个关于 X_{21}^1 和 X_{21}^h 的全概率展开式。我们可以将图3合并，图3中的变量 X_{21}^1 与 X_{21}^h 就合并为一个变量 $X_{21}^{1/h}$ ，当条件满足时 $X_{21}^{1/h}$ 变为 X_{21}^1 ，条件不满足时 $X_{21}^{1/h}$ 变为 X_{21}^h 。如图4。

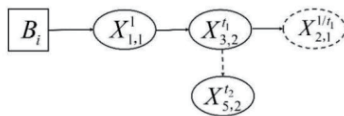


图4 约简后的图2

$$\begin{aligned} X_{21}^{1/h} &= Z_{2,2}(t_2; t_1)[X_{21}^1 | Z_{2,2}(t_2; t_1)] + \bar{Z}_{2,2}(t_2; t_1)[X_{21}^h | \bar{Z}_{2,2}(t_2; t_1)] \\ &= Z_{2,2}(t_2; t_1)X_{21}^1 + \bar{Z}_{2,2}(t_2; t_1)X_{21}^h = X_{21}(t_2) \end{aligned}$$

通过新的约简方法，条件作用延展的逻辑展开结果也被证明是等价的。这样就把条件作用延展与条件作用延滞纳入到了立体因果图的动态推理里来，推广条件作用事件到更为复杂的情形中，增加了条件作用事件的使用场景，同时也丰富了 DUCG 的理论体系。

例1 在一般 DUCG 中，文章^[11]提出命题：对于 M-DUCG 中条件作用事件为某一父变量的某一状态的余事件情形。变量逻辑展开式存在一般形式。即：设 X_n 有 m 个父变量， $A_{nk,ij}$ 是一个条件作用事件，设其条件为 $Z_{n,i} = \bar{V}_{i,j'_i}$ 其中 V_{i,j'_i} 表示父变量 V_i 处于 j'_i 状态， $V \in \{X, B, G\}$ ， $i \in \{1, 2, \dots, m\}$ ， $i_i \in \{1, 2, \dots, i-1, i+1, \dots, m\}$ ，

$i \neq i_1$ 。

则有

$$\begin{aligned} X_{nk} &= \sum_{i' \neq i_1} (r_{n,i'} / \sum_{i' \neq i_1} r_{n,i'}) V_{i,j'_i} \sum_{j'_i} A_{nk,i',j'_i} V_{i',j'_i} + (r_{n,i_1} / \sum_{i' \neq i_1} r_{n,i'}) A_{nk,i_1,j'_i} V_{i,j'_i} + \\ &\quad \sum_{i' \neq i_1} (r_{n,i'} / \sum_{i' \neq i_1} r_{n,i'}) \bar{V}_{i,j'_i} \sum_{j'_i} A_{nk,i',j'_i} V_{i',j'_i} + (r_{n,i_1} / \sum_{i' \neq i_1} r_{n,i'}) \sum_{j'_i} A_{nk,i_1,j'_i} V_{i,j'_i} \quad (1) \end{aligned}$$

这样的命题也有其在立体因果图中的对应形式：在

$Cubic_DG(B_i; t_m)$ 图中（也就是说证据与根原因已知，即根原因的指标已知，而状态未知，其他变量的指标与状态均已知），设 $X_{nk}(t_{m_n})$ 有 h 个父变量 $V_{y_g}(t_{m_y})$ ($m_y \leq m_n$)， $V \in \{X, B, G\}$ ， $A_{nk;y_g}(t_{m_n}; t_{m_y})$ 是一个条件作用事件，设其条件为 $Z_{n,y}(t_{m_n}; t_{m_y}) = \bar{V}_{ig'_i}^{t_{m_n}}$ ，即为根原因的某一状态的余事件情形， $y \in \{1, 2, \dots, h\}$ 。

这里要说明父变量为 h 个指标互不同的变量：对于 $V_{y_g}(t_p) \rightarrow X_{nk}(t_q)$ ， $V_{y'_g}(t_{p'}) \rightarrow X_{nk}(t_q)$ ，当 $y = y'$ 时，则 $V_{y_g}(t_p) \rightarrow X_{nk}(t_q)$ ， $V_{y_g}(t_{p'}) \rightarrow X_{nk}(t_q)$ ，这违反了建立穿越式连接的步骤三，所以父变量的指标互不相同。 $X_{nk}(t_{m_n})$ 与其父变量之间不存在因果作用延展，那么对于约简前后的 Cubic DUCG 图有

$V_{y_g}(t_{m_y}) = V_{y_g}^{t_{m_y}}$ 。这时 $Cubic_DG^*(B_i; t_m)$ 就相当于一般 DUCG，用 $Cubic_DG^*(B_i; t_m)$ 进行动态推理：

$$\begin{aligned} X_{nk}^{t_{m_n}} &= (Z_{n,y}(t_{m_n}; t_{m_y}) + \bar{Z}_{n,y}(t_{m_n}; t_{m_y}))X_{nk}^{t_{m_n}} \\ &= (V_{ig'_i}^{t_{m_n}} + \bar{V}_{ig'_i}^{t_{m_n}})[(r_{n,y}(t_{m_n}; t_{m_y}) / r_n(t_{m_n}))V_{y_g}^{t_{m_n}} + (r_{n,i}(t_{m_n}; t_{m_n}) / r_n(t_{m_n}))A_{nk,i_g',i}(t_{m_n}; t_{m_n})V_{ig'_i}^{t_{m_n}} \\ &\quad + (r_{n,i_2}(t_{m_n}; t_{m_2}) / r_n(t_{m_n}))A_{nk,i_g',i_2}(t_{m_n}; t_{m_2})V_{ig'_i}^{t_{m_n}} + \dots + (r_{n,i_h}(t_{m_n}; t_{m_h}) / r_n(t_{m_n}))\sum_{g'_i} A_{nk,i_g',i_h}(t_{m_n}; t_{m_h})V_{ig'_i}^{t_{m_n}} \\ &\quad + (r_{n,h}(t_{m_n}; t_{m_h}) / r_n(t_{m_h}))A_{nk,hg'_h,i}(t_{m_n}; t_{m_h})V_{hg'_h,i}^{t_{m_n}}] \\ &= (r_{n,1}(t_{m_n}; t_{m_1}) / \sum_{y'=1}^h r_{n,y'}(t_{m_n}; t_{m_{y'}}))V_{ig'_i}^{t_{m_n}} A_{nk,i_g',i}(t_{m_n}; t_{m_1})V_{1g'_i}^{t_{m_n}} \\ &\quad + (r_{n,2}(t_{m_n}; t_{m_2}) / \sum_{y'=1}^h r_{n,y'}(t_{m_n}; t_{m_{y'}}))V_{ig'_i}^{t_{m_n}} A_{nk,i_g',i_2}(t_{m_n}; t_{m_2})V_{2g'_i}^{t_{m_n}} \\ &\quad + \dots + (r_{n,i}(t_{m_n}; t_{m_i}) / \sum_{y'=1}^h r_{n,y'}(t_{m_n}; t_{m_{y'}}))A_{nk,ig'_i,i}(t_{m_n}; t_{m_i})V_{ig'_i}^{t_{m_n}} \\ &\quad + (r_{n,h}(t_{m_n}; t_{m_h}) / \sum_{y'=1}^h r_{n,y'}(t_{m_n}; t_{m_{y'}}))V_{ig'_i}^{t_{m_n}} A_{nk,hg'_h,i}(t_{m_n}; t_{m_h})V_{hg'_h,i}^{t_{m_n}} \\ &\quad + (r_{n,y}(t_{m_n}; t_{m_y}) / \sum_{y'=1}^h r_{n,y'}(t_{m_n}; t_{m_{y'}}))\bar{V}_{ig'_i}^{t_{m_n}} A_{nk,yg'_y,i}(t_{m_n}; t_{m_y})V_{yg'_y,i}^{t_{m_n}} \\ &\quad + (r_{n,1}(t_{m_n}; t_{m_1}) / \sum_{y'=1}^h r_{n,y'}(t_{m_n}; t_{m_{y'}}))\bar{V}_{ig'_i}^{t_{m_n}} A_{nk,i_g',i_1}(t_{m_n}; t_{m_1})V_{1g'_i}^{t_{m_n}} \\ &\quad + (r_{n,2}(t_{m_n}; t_{m_2}) / \sum_{y'=1}^h r_{n,y'}(t_{m_n}; t_{m_{y'}}))\bar{V}_{ig'_i}^{t_{m_n}} A_{nk,i_g',i_2}(t_{m_n}; t_{m_2})V_{2g'_i}^{t_{m_n}} \\ &\quad + \dots + (r_{n,i}(t_{m_n}; t_{m_i}) / \sum_{y'=1}^h r_{n,y'}(t_{m_n}; t_{m_{y'}}))\sum_{g'_i \neq g'_i} A_{nk,ig'_i,i}(t_{m_n}; t_{m_i})V_{ig'_i}^{t_{m_n}} \\ &\quad + (r_{n,h}(t_{m_n}; t_{m_h}) / \sum_{y'=1}^h r_{n,y'}(t_{m_n}; t_{m_{y'}}))\bar{V}_{ig'_i}^{t_{m_n}} A_{nk,hg'_h,i}(t_{m_n}; t_{m_h})V_{hg'_h,i}^{t_{m_n}} \\ &= \sum_{y' \neq y,i} (r_{n,y'}(t_{m_n}; t_{m_{y'}}) / \sum_{y' \neq y,i} r_{n,y'}(t_{m_n}; t_{m_{y'}}))V_{ig'_i}^{t_{m_n}} A_{nk,y'g'_y,i}(t_{m_n}; t_{m_{y'}})V_{y'g'_y,i}^{t_{m_n}} \\ &\quad + (r_{n,i}(t_{m_n}; t_{m_i}) / \sum_{y' \neq y,i} r_{n,y'}(t_{m_n}; t_{m_{y'}}))A_{nk,ig'_i,i}(t_{m_n}; t_{m_i})V_{ig'_i}^{t_{m_n}} \\ &\quad + (r_{n,i}(t_{m_n}; t_{m_i}) / \sum_{y' \neq y,i} r_{n,y'}(t_{m_n}; t_{m_{y'}}))\sum_{g'_i \neq g'_i} A_{nk,ig'_i,i}(t_{m_n}; t_{m_i})V_{ig'_i}^{t_{m_n}} \\ &\quad + (r_{n,h}(t_{m_n}; t_{m_h}) / \sum_{y' \neq y,i} r_{n,y'}(t_{m_n}; t_{m_{y'}}))\bar{V}_{ig'_i}^{t_{m_n}} A_{nk,hg'_h,i}(t_{m_n}; t_{m_h})V_{hg'_h,i}^{t_{m_n}} \\ &= \sum_{y' \neq y,i} (r_{n,y'}(t_{m_n}; t_{m_{y'}}) / \sum_{y' \neq y,i} r_{n,y'}(t_{m_n}; t_{m_{y'}}))V_{ig'_i}^{t_{m_n}} A_{nk,y'g'_y,i}(t_{m_n}; t_{m_{y'}})V_{y'g'_y,i}^{t_{m_n}} \\ &\quad + (r_{n,i}(t_{m_n}; t_{m_i}) / \sum_{y' \neq y,i} r_{n,y'}(t_{m_n}; t_{m_{y'}}))A_{nk,ig'_i,i}(t_{m_n}; t_{m_i})V_{ig'_i}^{t_{m_n}} \\ &\quad + (r_{n,i}(t_{m_n}; t_{m_i}) / \sum_{y' \neq y,i} r_{n,y'}(t_{m_n}; t_{m_{y'}}))\sum_{g'_i \neq g'_i} A_{nk,ig'_i,i}(t_{m_n}; t_{m_i})V_{ig'_i}^{t_{m_n}} \\ &\quad + \sum_{y' \neq i} (r_{n,y'}(t_{m_n}; t_{m_{y'}}) / \sum_{y' \neq y,i} r_{n,y'}(t_{m_n}; t_{m_{y'}}))\bar{V}_{ig'_i}^{t_{m_n}} A_{nk,y'g'_y,i}(t_{m_n}; t_{m_{y'}})V_{y'g'_y,i}^{t_{m_n}} \quad (2) \end{aligned}$$

而将 $i = y, j = g, i_1 = i$ 代入式 (1) 可以更直接地得到 $X_{nk}(t_{m_n})$ 的

展开式。

$$\begin{aligned}
 X_{nk}^{t_{m_n}} = & \sum_{y^n \neq y^d} (r_{n;y^n}(t_{m_n}; t_{m_{y^n}}) / \sum_{y^n \neq y} r_{n;y^n}(t_{m_n}; t_{m_{y^n}})) V_{ig_i}^{t_{m_n}} \sum_{g_{y^n}} A_{nk;y^n g_{y^n}}(t_{m_n}; t_{m_{y^n}}) V_{y^n g_{y^n}}^{t_{m_{y^n}}} \\
 & + (r_{n;d}(t_{m_n}; t_{m_i}) / \sum_{y^n \neq y} r_{n;y^n}(t_{m_n}; t_{m_{y^n}})) \sum_{g_i} A_{nk;ig_i}(t_{m_n}; t_{m_i}) V_{ig_i}^{t_{m_n}} \\
 & + \sum_{y^n \neq i} (r_{n;y^n}(t_{m_n}; t_{m_{y^n}}) / \sum_{y^n \neq i} r_{n;y^n}(t_{m_n}; t_{m_{y^n}})) \bar{V}_{ig_i}^{t_{m_n}} \sum_{g_{y^n}} A_{nk;y^n g_{y^n}}(t_{m_n}; t_{m_{y^n}}) V_{y^n g_{y^n}}^{t_{m_{y^n}}} \\
 & + (r_{n;d}(t_{m_n}; t_{m_i}) / \sum_{y^n \neq i} r_{n;y^n}(t_{m_n}; t_{m_{y^n}})) \sum_{g_i \neq g_i} A_{nk;ig_i}(t_{m_n}; t_{m_i}) V_{ig_i}^{t_{m_n}} \quad (3)
 \end{aligned}$$

将已知的证据代入式 (3)，得到

$$\begin{aligned}
 X_{nk}^{t_{m_n}} = & \sum_{y^n \neq y^d} (r_{n;y^n}(t_{m_n}; t_{m_{y^n}}) / \sum_{y^n \neq y} r_{n;y^n}(t_{m_n}; t_{m_{y^n}})) V_{ig_i}^{t_{m_n}} A_{nk;y^n g_{y^n}}(t_{m_n}; t_{m_{y^n}}) V_{y^n g_{y^n}}^{t_{m_{y^n}}} \\
 & + (r_{n;d}(t_{m_n}; t_{m_i}) / \sum_{y^n \neq y} r_{n;y^n}(t_{m_n}; t_{m_{y^n}})) A_{nk;ig_i}(t_{m_n}; t_{m_i}) V_{ig_i}^{t_{m_n}} \\
 & + (r_{n;d}(t_{m_n}; t_{m_i}) / \sum_{y^n \neq i} r_{n;y^n}(t_{m_n}; t_{m_{y^n}})) \sum_{g_i \neq g_i} A_{nk;ig_i}(t_{m_n}; t_{m_i}) V_{ig_i}^{t_{m_n}} \\
 & + \sum_{y^n \neq i} (r_{n;y^n}(t_{m_n}; t_{m_{y^n}}) / \sum_{y^n \neq i} r_{n;y^n}(t_{m_n}; t_{m_{y^n}})) \bar{V}_{ig_i}^{t_{m_n}} A_{nk;y^n g_{y^n}}(t_{m_n}; t_{m_{y^n}}) V_{y^n g_{y^n}}^{t_{m_{y^n}}} \quad (4)
 \end{aligned}$$

对比式 (2) 与式 (4)，两者的展开结果是相同的。

通过上述过程可以看出，存在条件作用事件的 *Cubic_DG*(B_i; t_m)* 模型是可以直接使用一般 DUCG 中的结论的，并且比直接推导要更加简单方便。这无疑增加了条件作用事件的使用场景，将一般 DUCG 中的条件作用事件的相关结论拓展到 Cubic DUCG 上。

三、结论

本文系统探讨了立体因果图中条件作用事件的延展与延滞两种形式，证明了其在穿越式因果连接中仍适配动态推理体系。通过逻辑展开等价性验证，将一般 DUCG 中条件作用事件的相关结论有效拓展至立体因果图，增加了条件作用事件的使用场景。研究不仅丰富了立体因果图的理论内涵，也为复杂动态因果系统的动态推理提供了更为灵活高效的方法基础。

参考文献:

- [1] PEARL J. Fusion, propagation and structuring in belief networks[J]. Artificial Intelligence, 1986, 29(3): 241–288.
- [2] MIROSLAV S, JANA M, DIMITRIS D. Bayesian network application for the risk assessment of existing energy production units[J]. Pathology and Immunopathology Research, 2018, 169: 312–320.
- [3] ZHANG D, LIU Q, YAN H, et al. A matrix analytic approach for Bayesian network modeling and inference of a manufacturing system[J]. Acta Oceanologica Sinica, 2021, 60: 202–213.
- [4] 张勤. DUCG: 一种新的动态不确定因果知识的表达和推理方法 (I): 离散、静态、证据确定和有向无环图情况 [J]. 计算机学报, 2010, 33(4): 625–651.
- [5] ZHANG Q, DONG C, CUI Y. Dynamic uncertain causality graph for knowledge representation and probabilistic reasoning: statistics base, matrix, and application[J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2014, 25(4): 645–663.
- [6] ZHANG Q. Dynamic uncertain causality graph for knowledge representation and probabilistic reasoning: directed cyclic graph and joint probability distribution[J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2015, 26(7): 1503–1517.
- [7] Zhang Q. Dynamic uncertain causality graph for knowledge representation and reasoning: continuous variable, uncertain evidence, and failure forecast[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2015, 45(7): 990–1003.
- [8] ZHANG Q, GENG S. Dynamic uncertain causality graph applied to dynamic fault diagnoses of large and complex systems[J]. IEEE Transactions on Reliability, 2015, 64(3): 910–927.
- [9] 李晓宾, 李淑珍. 模糊动态贝叶斯网络防御态势感知模型 [J]. 探测与控制学报, 2017, 39(3): 124–129.
- [10] 董春玲, 赵越, 张勤. 动态故障诊断中的立体因果建模与不确定性推理方法 [J]. 清华大学学报 (自然科学版), 2018, 58(7): 614–622.
- [11] 胡婷婷, 王洪春, 吴成姚. 基于 M-DUCG 中条件作用事件展开的一般形式 [J]. 重庆师范大学学报 (自然科学版), 2019, 36(02): 75–80.