

基于 Manim 动画的高等数学数字教材设计与实践

亢莹利, 张娴, 李雅馨

金华职业技术大学, 浙江 金华 321017

DOI: 10.61369/VDE.2025290030

摘 要 : 高等数学包含大量“动态生成”的抽象过程, 传统静态教材在呈现极限趋近、导数切线化、积分累积、级数逼近等概念时, 往往难以同步展示“变化—推导—意义”的连续链条, 导致学生理解成本高。为缓解这一痛点, 笔者在完成高等数学数字教材撰写的基础上, 引入 Manim 数学动画引擎, 将关键概念拆分为多个可视化动画片段, 并将动画嵌入教材叙事、例题推导、随堂练习与讨论任务之中, 形成“观—解—思—论”的数字教材学习路径: 先以动画建立直观表象, 再以文本与讲解将直观过渡到符号与逻辑, 继而用问题链促发反思, 最终以讨论与迁移任务完成知识建构。该路径借鉴了以动画导入新知、强调从直观到抽象桥接的教学思路, 并将其扩展到数字教材的“自学—课堂—复习”全流程。试用结果表明: 基于 Manim 的动画资源能够提升学习兴趣与课堂互动, 减轻教师板书负担, 并促进学生对重难点的掌握与迁移。

关 键 词 : 高等数学; 教材设计; Manim 动画; 系统化嵌入

Design and Practice of Digital Textbook for Higher Mathematics Based on Manim Animation

Kang Yingli, Zhang Xian, Li Yaxin

Jinhua University of Vocational Technology, Jinhua, Zhejiang 321017

Abstract : Higher mathematics involves a large number of abstract "dynamically generated" processes. Traditional static textbooks often struggle to synchronously demonstrate the continuous chain of "change-derivation-significance" when presenting concepts such as limit approximation, derivative tangentialization, integral accumulation, and series approximation, resulting in high cognitive load for students. To alleviate this pain point, on the basis of compiling a digital textbook for higher mathematics, the authors introduce the Manim mathematical animation engine, split key concepts into multiple visual animation clips, and embed the animations into textbook narratives, example derivations, in-class exercises, and discussion tasks. This forms a digital textbook learning path of "observing-analyzing-reflecting-discussing": first, establishing intuitive representations through animations, then transitioning from intuition to symbols and logic via texts and explanations, subsequently triggering reflection with problem chains, and finally completing knowledge construction through discussion and transfer tasks. This path draws on the teaching idea of introducing new knowledge with animations and emphasizing the bridge from intuition to abstraction, and extends it to the entire process of "self-study-classroom-review" in the digital textbook. Trial results show that the animation resources based on Manim can enhance learning interest and classroom interaction, reduce teachers' blackboard writing burden, and promote students' mastery and transfer of key and difficult points.

Keywords : higher mathematics; textbook design; Manim animation; systematic embedding

引言

高等数学知识具有高度抽象性, 很多核心概念在理解上呈现“动态、连续”的特征: 例如极限的逼近过程、导数作为“割线到切线”的极限、定积分作为“矩形和到面积”的极限、级数逼近函数的逐步收敛等。仅依赖静态文字、板书或 PPT, 学生往往难以在脑海中构建准确的动态图像, 从而影响概念形成与推理链条的把握。

Manim 作为基于 Python 的开源数学动画引擎, 可对数学对象进行精确而灵活的控制, 便于生成高质量的数学动画资源, 并与课堂讲解形成“边播放边解释”的协同机制^[1]。

进一步地, 如果将动画不只用于课堂展示, 而是系统嵌入数字教材的知识叙事与学习活动中, 就能把“短时吸引注意力”的展示, 升级为“贯穿学习全过程”的认知支架^[2]。

基于此，本文以“笔者已完成的高等数学数字教材”为载体，回答三个问题：

- 1) Manim 动画如何与数字教材的章节结构与学习活动对齐？
- 2) 如何用动画“拆分复杂概念”，并服务于例题推导与练习设计？
- 3) 在教学试用中，学习效果与课堂体验有哪些可观察的变化？

一、数字教材的 Manim 融合框架与资源组织

（一）数字教材的资源层级设计

笔者将数字教材资源按“概念层—方法层—应用层”分层组织^[3]：

概念层：极限、连续、导数、积分、级数等的直观意义与形式化定义；

方法层：典型解题策略（换元、分部、夹逼、泰勒近似、误差估计等）；

应用层：建模与跨学科情境（位移—速度—加速度、边际分析、几何量计算等）。

在每一层中，Manim 动画承担不同角色：

概念层：用“动态表象”建立第一印象，降低抽象门槛；

方法层：把推导步骤转化为“逐帧可追踪”的过程；

应用层：用图形变化或参数动画呈现模型含义与结果敏感性。

（二）“观—解—思—论”的数字教材学习路径

参考动画教学中“先观看、再解释、再反思、再讨论”的完整认知链条，笔者将其固化为数字教材的标准学习单元结构^[4]：

观（Observe）：阅读前先看 30-90 秒动画，形成直观全景，抓住注意力；

解（Deconstruct）：教材正文紧跟“动画关键帧截图 + 对应符号 / 术语 / 定理”，教师或教材讲解负责从直观到抽象的桥梁；

思（Reflect）：设置引导性问题（如“如果参数改变会怎样？”“动画在哪一步隐含了某个条件？”），促使学生暂停输入、内部消化；

论（Discuss）：用讨论题 / 同伴互评 / 课堂小组辩论完成社会性建构与表达训练。

与单纯“课堂播放动画”不同，数字教材将该路径固化为可反复回看、可追踪进度、可记录学习数据的流程，从而支持课前预习、课中聚焦、课后复习的闭环^[5]。

（三）动画资源制作的通用规范

为保证数字教材的一致性与可维护性，笔者建立了动画制作规范：

- 1) 一概念一脚本：每段动画只解决一个核心困惑点；

为控制认知负荷并突出教学目标，每个动画片段聚焦于一个“必须被看见的过程”或一个“最易产生误解的关键点”，进行制作。例如“割线斜率趋于切线斜率”“ δ 的量化对应关系”等。

- 2) 一帧一信息：关键推导步骤“逐帧显化”，避免信息拥挤；

动画以“关键帧”为基本叙事单位：每一帧尽量只新增一个

信息点（一个条件、一个变形、一个结论或一个几何动作），并将推导过程拆分为可追踪的连续小步，最后过渡到符号表达。可设置停顿、回放提示或帧间留白，使学生有时间完成从视觉到符号的加工，而不是被动观看。

- 3) 符号对齐：动画符号、教材符号、例题符号完全一致；

动画中出现的变量命名、函数记号、区间端点、单位与注释，与教材正文、例题推导、习题表述保持一致，保证学生在三个载体间切换时不产生二次理解成本。

- 4) 可复用组件：坐标系、切线、黎曼矩形、误差带等做成模板；

考虑到动画由 Manim 代码生成，“模板”在本研究中主要体现为脚本层面的复用结构。这样同类知识点可以复用同一构造逻辑，仅调整参数即可生成多个片段，既保证全书视觉风格与数学表达统一，也显著降低维护成本：当教材符号体系或呈现策略调整时，可通过修改组件入口快速同步更新相关动画^[6]。

- 5) 配套问题链：每段动画至少配 3 个由浅入深的问题（直观—形式化—迁移）。

为避免“看懂了但不会用”，每段动画均配套问题链并嵌入教材学习单元。

二、典型内容的动画化设计与数字教材嵌入方式

（一）极限：从“趋近直觉”到的形式化

动画片段 A：数列极限的趋近

通过点列逐步靠近某个值，展示“任意小误差带最终都能进入并保持”的直观含义。

动画片段 B：函数极限与邻域语言

用可缩放的邻域与带动态联动：当要求更小时，如何随之缩小。

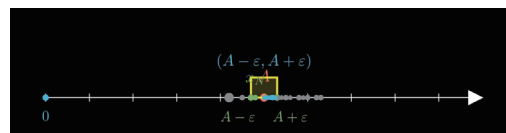


图1 数列极限动画

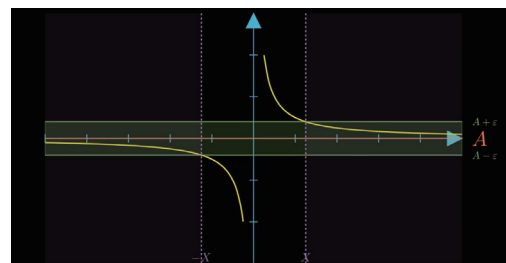


图2 函数极限动画

教材嵌入：动画后紧跟“邻域—去心邻域—极限定义”的段落，并在“思”环节加入两类问题：

1) 反例辨析：为何“在某点取到函数值”与“极限存在”无必然关系？

2) 条件追问：如果函数在该点不定义，动画中的趋近是否仍成立？

（二）导数：割线到切线的极限与几何意义

动画片段：割线斜率→切线斜率

让点固定、点沿曲线滑动，割线逐渐旋转逼近切线；同时显示差商数值的收敛。

教材嵌入：

在例题推导中把“差商—极限—导数”三步对应到动画三段关键帧：

在“论”环节设置讨论：导数既是几何斜率也是变化率，如何在物理/经济例子中对应？

（三）定积分：从黎曼和到面积的“累积生成”

定积分是“过程性概念”的典型代表。动画通过“分割—取点—作矩形—求和—极限”的动态链条，直观呈现面积逼近与极限思想。该设计思路与“用动画把复杂概念拆分为多个片段、帮助理解逻辑关系”的原则一致^[7]。

在教材中，笔者采用“先动画、后符号化”的编排：先展示黎曼矩形逐步变窄、和式趋于稳定，再引出 $\int$ 和式极限存在即为定积分的表达，并提供“换分点方式是否影响极限？”等反思题，呼应定积分概念的严谨性。

（四）级数与泰勒近似：从多项式到函数的逐步逼近

在级数章节，笔者用动画呈现“增加项数→逼近更好”的连续过程，帮助学生把“公式”理解为“构造工具”。这一点与“用动画更形象地说明麦克劳林近似过程、观察多项式不断逼近函数”的做法同构^[8]。

数字教材中进一步加入“误差可视化”：用阴影带表示余项

上界随阶数变化而收缩，并配套练习要求学生在给定误差阈值下选择最小阶数，实现“可视化—估计—决策”的迁移^[9]。

三、教学试用与效果评估（基于数字教材数据与课堂观察）

在数字教材试用阶段，笔者结合课堂观察、学习平台行为数据（动画观看完成率、停留时长、题目重复尝试次数）、章节测验与学生访谈进行综合评估。评价维度沿用“效率—积极性—掌握度”三条主线：

1) 教学效率：动画将复杂理论过程转化为直观具体的动态叙事，减少板书负担，使课堂更集中于关键概念的辨析与应用^[10]。

2) 学习积极性与互动：可视化与动态效果更易吸引注意力，配合教材中的互动任务与讨论区，显著提升学生参与度与提问质量。

3) 重难点掌握：把推导与证明的关键步骤拆成逐帧过程，有助于学生在复习时“回放推理链”，从而对复杂知识点形成更深刻理解。

需要强调的是，数字教材的优势在于“可重复、可追踪、可诊断”：学生在概念卡点处可以反复回看同一动画片段，并通过练习与讨论暴露误解；教师则可根据学习数据调整课堂时间分配，实现更精细的教学干预。

四、结语

本文以“已完成的高等数学数字教材”为载体，讨论了Manim动画在数字教材中的系统化嵌入方式：不仅让概念“可见、可感”，也让学习活动“可走、可回、可评”。从实践看，Manim动画并非技术点缀，而是把抽象壁垒拆解为可观察的视觉叙事，从而促成学生由被动接收走向主动观察、反思与讨论。

参考文献

- [1] 陆星家，徐敏. 基于 Manim 技术的微课设计与实践 [J]. 宁波工程学院学报, 2021, 33(03): 109–114.
- [2] 黄华，方文波，孙玉琴，等. 虚拟教研室背景下高等数学数字教材建设的探索与实践 [J]. 教育信息化论坛, 2025(10).
- [3] 吴忠林，徐辉军，徐林，等. 高职数学数字化教材建设的关键要素与实践路径 [J]. 汽车维修与修理, 2025(10).
- [4] 张静文. 《高等数学》交互式教材学习行为分析与优化策略研究 [J]. 中国航班, 2025(8): 155–157.
- [5] 王国强，李倩，吴中成. 产教融合视域下地方工科高校高等数学课程教学改革的探索与实践 [J]. 创新教育研究, 2024, 12(6): 462–471. DOI: 10.12677/ces.2024.126411.
- [6] 黄华，方文波，孙玉琴，等. 虚拟教研室背景下高等数学数字教材建设的探索与实践 [J]. 教育信息化论坛, 2025(10).
- [7] 兰州理工大学数学教学部. 高等数学（下高等院校数字化建设精品教材）大中专理科数理化 [M]. 北京大学出版社, 2021.
- [8] 邓瑾. 专业升级与数字化改造下高等数学数字教材建设探析 [J]. 优格, 2022(12): 239–241.
- [9] 李成群，秦斌. 高等数学（下高等院校数字化建设精品教材）大中专理科数理化 [M]. 北京大学出版社, 2022.
- [10] 李兴华，罗来珍，程美玉. 高等数学新形态教材教学延伸资源的设计与建设 [J]. 佳木斯大学社会科学学报, 2023, 41(3): 177–179.