

# 线性代数抽象概念直观化教学路径研究

成晟

三亚学院新能源与智能网联汽车学院，海南 三亚 572022

DOI:10.61369/EIR.2026030009

**摘 要：** 线性代数作为高等教育里覆盖范围广且应用价值高的基础数学课程，其概念体系有着高度抽象性和严密逻辑性，这成了学生学习和教师教学共同面临的难题。把抽象概念转化为直观形式，能切实降低学生的认知难度，助力他们构建几何直觉与代数推理的双向联系。本文聚焦线性代数核心抽象概念，从教学理念、内容编排、方法工具、实施步骤等多方面，系统搭建直观化教学路径，提出以几何直观为根基、以多元表征为方法、以实践体验为支撑的教学策略，努力打通符号表达、图形呈现和意义理解间的认知通路，改变学生死记硬背、机械运算的被动学习状况，研究意在为线性代数课堂教学改革提供具可操作性的实施办法，提高课程教学质量和学生的数学思维能力。

**关键词：** 线性代数；抽象概念；直观化；几何直观；教学路径

## Research on the Intuitive Teaching Path of Abstract Concepts in Linear Algebra

Cheng Sheng

School of New Energy and Intelligent Networked Automobile, University of Sanya, Sanya, Hainan 572022

**Abstract:** As a fundamental mathematics course with extensive coverage and high application value in higher education, linear algebra features a conceptual system characterized by a high degree of abstraction and rigorous logic, posing a common challenge for both student learning and teacher instruction. Transforming abstract concepts into intuitive forms can effectively reduce students' cognitive difficulties and help them establish a bidirectional connection between geometric intuition and algebraic reasoning. This paper focuses on the core abstract concepts of linear algebra and systematically constructs an intuitive teaching pathway from multiple perspectives, including teaching philosophy, content organization, methodological tools, and implementation steps. It proposes teaching strategies grounded in geometric intuition, utilizing multiple representations as methods, and supported by practical experiences. The aim is to open up cognitive pathways between symbolic expressions, graphical presentations, and conceptual understanding, thereby altering students' passive learning patterns of rote memorization and mechanical computation. The research seeks to provide actionable implementation methods for the reform of linear algebra classroom teaching, enhancing both the quality of course instruction and students' mathematical thinking abilities.

**Keywords:** linear algebra; abstract concepts; visualization; geometric intuition; teaching pathway

## 引言

线性代数聚焦向量、矩阵、线性空间、线性变换等关键研究内容，堪称现代数学和工程技术领域通行的“语言”，还是高等院校众多专业的核心基础课，鉴于其知识体系具备很强的形式化与公理化特性，不少学生刚接触时难以领会概念的实质，常处于“会算却不明含义、能解题却不会运用”的认知迷局，传统教学方式侧重于定义推导与运算技能训练，对概念的几何背景、实际意义和直观阐释重视不够，使得学生不易构建完整知识架构，也难以灵活运用知识。当下教育注重核心素养培养与深度学习，探寻系统的直观化教学途径，把抽象数学符号转变为能看、能感受、能操作的直观形式，助力学生从直观理解迈向逻辑构建，成了线性代数教学革新的关键走向。

## 一、线性代数抽象概念直观化的理论基础与价值

### (一) 直观化教学的认知心理学依据

直观化教学顺应人类认知发展基本规律，这一规律是从具体

迈向抽象、由形象渐至逻辑的递进进程，能为抽象思维构建提供稳固的具象依托。数学学习时，学生理解与内化符号、定义、定理，离不开视觉表象、操作经验和意义关联的支持，仅靠语言讲解和符号推导难以构建稳定认知结构，线性代数高度抽象，导致

学生学习中易出现认知负荷过大、理解艰难等状况,利用图形、动画、类比、实物等直观形式,能有效激发右脑空间加工能力,与左脑逻辑运算相互补充,减轻工作记忆负担。要清楚,直观化并非削弱理论严谨性,而是为严谨逻辑推理搭建认知通道,让学生先能“看懂”继而“听懂”,先去“感知”再做“论证”。

### (二) 线性代数概念抽象性的主要表现

传统线性代数作业主要是没有任何专业背景的计算题、证明题,而应用题几乎没有。这显然已经非常落后,线性代数之所以如此重要,是因为随着计算机科学的飞速发展和广泛应用,许多实际问题可以通过离散化的数值计算得到定量的解决,而作为处理离散问题的线性代数,成为从事科学研究和工程设计的科技人员必备的数学基础<sup>[1]</sup>。线性代数概念的抽象性主要聚焦于符号化、形式化和高维化这三个关键要点,课程里广泛采用向量、矩阵、行列式、线性变换等专门符号,这些符号和具体含义的对应关系相当隐晦,不易直接察觉,像线性相关、线性无关、基、维数、秩、特征值等核心概念是通过公理化方式界定的,缺乏明确现实对象与之对应,学生很难形成直观认识,向量空间和线性变换能拓展到有限维甚至无限维,超越了人们日常熟悉的三维空间经验范畴,无法凭借直觉去想象和理解。

### (三) 直观化教学对线性代数学习的促进价值

直观化教学对线性代数学习意义非凡,能显著改善学习体验、增进学习成效,具备多方面教学价值。它能降低入门难度,把抽象定义变为图形、动画或是生活化类比,助力学生迅速构建对概念的初步认知,减轻学习焦虑情绪,增强学习兴趣与自信,还可强化对知识意义的理解,引领学生搭建代数符号和几何直观的对立联系,领会运算背后的空间意义,防止机械记忆与盲目运算。同时能优化知识架构,用直观图示把零散概念和知识点串联起来,揭示线性方程组、矩阵、向量组、线性变换间的内在一致性,协助学生构建系统化知识网络。

## 二、线性代数抽象概念直观化的设计原则

### (一) 直观性与严谨性统一原则

直观化教学需牢牢坚守“直观辅助、严谨主导”这一核心定位,借助直观手段助力学生理解概念,依靠逻辑推理确保知识的精确性,二者相互补充、缺一不可。直观图示、类比演示和动画展示仅仅是辅助理解的工具,绝不能取代概念的严格界定、定理的逻辑推导及证明过程。教学设计应遵循“直观铺垫—抽象提炼—严谨论证”的思路,先利用直观载体为学生构建概念表象,再渐渐过渡至形式化定义和严格推导,防止陷入以直观取代论证、以感性取代理性的错误。

### (二) 循序渐进、由低维到高维原则

直观化教学设计遵循认知规律,按从简单到复杂、从低维到高维、从具体到一般的递进次序推进,慢慢引导学生攻克认知难关,教学可从学生熟知的二维、三维几何空间切入,助力学生构建向量、线性运算、线性相关、线性变换等概念的直观认知,随后把这种直观经验渐次迁移至更高维的向量空间,讲解向量运

算<sup>[2]</sup>。先于平面内借助有向线段领会向量加法的平行四边形法则以及数乘的伸缩、反向规则,进而推广至n维向量,讲解线性变换,先凭借平面旋转、拉伸等简易变换让学生形成认知,再拓展到一般线性变换的概念与特性,针对线性空间、子空间、基与维数等抽象程度较高的概念,以三维几何空间为蓝本,逐步去除具体背景,提炼公理化结构。

### (三) 多元表征协同互补原则

多元表征堪称达成线性代数抽象概念直观化的关键举措,它主要以代数符号、几何图形、动态演示、语言描述、实际案例等多样形式,共同展现同一概念的不同方面,以此强化学生的理解与认知,针对同一数学概念,能同时给出符号表达式、二维或三维图形、动态变化进程、生活化类比以及实际应用情境,促使学生从不同视角构建概念意义,构建多维度的认知联系。就拿讲解矩阵乘法来说,既可用代数运算规则明确计算方法,也能借助线性变换复合的动态演示呈现其几何含义,还能通过坐标变换的实例阐明其应用价值,多种表征形式彼此印证、相互补充,助力学生构建稳定的认知网络,达成抽象概念在不同表征间的灵活转变。

## 三、线性代数核心抽象概念直观化教学路径设计

### (一) 向量与向量组概念直观化路径

向量和向量组作为线性代数里的基础且核心概念,开展直观化教学时主要以几何空间为依托,以此搭建起具象与抽象间的桥梁。教学时,能把向量直观视作有向线段,用箭头的起点体现向量位置,方向表示向量方向,长度代表向量模长,向量加法对应平行四边形法则或者三角形法则,数乘运算对应向量伸缩或者反向变换,使学生借助图形直观体悟向量运算的几何含义,对于向量组,可借助平面或空间里的点集与箭头组予以直观呈现,把线性组合理解成多个向量叠加与伸缩的过程,将线性相关直观解释为向量间共线、共面等位置关系。动态拖动向量系数,让学生直观观察组合结果的变动,判断有无非零系数组合使结果为零向量,从而领会线性相关与线性无关的本质差异。

### (二) 矩阵与线性变换概念直观化路径

矩阵概念直观化教学的关键在于突破“矩阵就是运算表格”这一认知藩篱,构建起“矩阵是线性变换”的直观认知,助力学生领会矩阵的本质要义,教学时以二维平面为情境,把矩阵阐释成针对平面向量实施的旋转、拉伸、剪切、投影等具体动作,利用动态动画呈现单位正方形在矩阵作用下的变形历程,让学生直观体悟行列式的几何寓意,也就是平面图形经线性变换后的面积缩放比率,同时领会矩阵可逆性的几何本质,变换的可恢复性<sup>[3]</sup>。矩阵乘法能对应线性变换的复合,也就是两次变换的接连作用,逆矩阵对应逆变换,矩阵的秩对应线性变换后空间的维数,以此协助学生搭建起矩阵运算与几何变换的内在联系。对于普通矩阵,可从列向量组的角度开展教学,把矩阵视为列向量的有序排列,将矩阵运算转化成向量组的运算,进而塑造列空间、行空间的直观模样,采用静态图示与动态演示相融合的方法,使

矩阵从抽象的运算工具转变为具备清晰几何意义的变换载体，提升其对矩阵知识的综合运用能力。

### （三）线性空间、特征值与特征向量直观化路径

线性代数里，线性空间、特征值与特征向量属于抽象程度颇高的核心概念，开展直观化教学时，可把三维几何空间当作原型，运用类比迁移手段助力学生领会抽象结构。就线性空间的直观化教学而言，抓住“加法与数乘封闭、遵循八条运算规律”这一关键特征，以三维向量空间、常见函数集合等作为实例，采用结构类比方式让学生理解公理化定义，像子空间、基、维数、坐标等概念，能借助空间里的平面、直线、坐标系等直观对象类比讲解，把子空间视作空间中的“子集合”，基当作“坐标系的坐标轴”，维数看成“坐标系的维度”，坐标理解成向量在坐标系中的位置表示<sup>[4]</sup>。而特征值与特征向量的直观化，着重凸显“方向不变、仅出现伸缩”这一核心要义，利用动态动画展示向量在线性变换中的变化规律，直观呈现那些在变换中方向保持不变的特殊向量，将特征值当作向量的伸缩因子。

## 四、直观化教学路径的课堂实施策略

### （一）多元教学工具融合使用策略

线性代数本身是一门应用非常广泛的科学，现代化数学教学应充分利用多媒体工具，理论与实际相结合，传输学生具体知识的同时，培养学生建立数学模型，利用计算机计算的能力。数学不是抽象的代名词，数学是可以看得见，摸得着的<sup>[5]</sup>。有效落实直观化教学路径，要把传统教学工具和现代信息技术加以整合，打造多元协同的教学支撑环境，兼顾直观与严谨。黑板板书能用于概念推导、逻辑梳理和重点标注，搭配几何草图可迅速呈现核心概念的几何关系，助力学生逐步搭建逻辑链条，像箭头卡片、空间模型这类简易教具可在课堂上现场演示，让学生动手操作增强感知体验，加深对概念的领悟，动态数学软件可对向量、矩阵、线性变换进行实时交互与动画演示，直观展现参数变化给图形、变换结果带来的影响，打破高维空间的认知束缚，多媒体课件能将概念定义、定理推导、几何图示、动态动画、典型例题等内容整合在一起，达成多表征同步呈现，提高课堂教学成效。

### （二）问题驱动与探究式直观教学策略

以问题链为指引，促使学生投身直观化学习进程，引领学生

主动开展观察、猜测、验证以及总结等活动，达成从直观感受向逻辑构建的自主进阶。概念引入环节，抛出贴合直观认知的问题，像“不同向量怎样组合方可覆盖整个平面”“何种向量在线性变换后方向不变”，以此唤起学生的探究欲望与学习兴致。教学时，布置有针对性的观察任务，让学生借助观察图形、动画演示这类直观材料，自行总结规律并渐次抽象成概念定义与定理结论，如观察不同向量组位置关系，引导学生归纳线性相关与线性无关的几何特性，观察矩阵变换动态效果，提炼出行列式与矩阵可逆性的内在关联。

### （三）分层练习与直观反思巩固策略

为巩固直观化教学效果，需配套分层练习与直观反思任务助力学生从直观感知迈向抽象内化，强化对知识的理解运用。练习设计遵循分层递进准则，基础层练习借助几何图示让学生做简单运算与概念判断，强化符号和图形对应，提高层要求学生用几何直观阐释定理内涵或解题思路，说明运算推理直观意义以深化对概念本质领悟，拓展层鼓励学生用直观法解决实际问题，建立数学概念和实际场景联系提升知识迁移力。课后布置绘图、概念阐释、生活化类比等任务，让学生用自身语言和图示复述概念本质梳理知识逻辑，通过课堂提问、小组讨论、图示讲解等检验学生直观理解效果，及时纠正认知偏差。

## 五、结语

线性代数抽象概念直观化教学可改善课程教学效果，提升学生数学核心素养有效之法，关键是以几何直观为纽带，破除抽象数学符号与意义理解间的认知障碍，助力学生构建直观感知与逻辑推理的有机联系，遵循学生认知规律，秉持直观性与严谨性统一、循序渐进、多元表征协同等设计准则，对向量、矩阵、线性变换、线性空间、特征值等核心抽象概念展开系统化直观化路径规划，搭配多元教学工具融合、问题驱动探究、分层练习巩固等课堂实施举措，能减轻学生学习负担，激发学习兴致，助力学生形成稳固且深刻的概念认知，走出机械记忆与盲目运算的泥沼。要清楚，直观化教学并非降低理论难度，而是使抽象理论更便于学生接触、领会与掌握，更利于达成知识的灵活运用。

## 参考文献

- [1] 王应灿, 赵建昕. 融合军事背景的线性代数课程高阶能力培养创新与实践 [J]. 中国军转民, 2025, (12): 90-92.
- [2] 武洁. “课程思政”融入线性代数教学的探析与实践 [J]. 黑龙江工业学院学报 (综合版), 2025, 25(11): 83-87.
- [3] 姜爱平, 许新忠. 创新型人才培养目标下高校公共数学类课程教学创新实践——以宁夏大学公共基础课线性代数为例 [J]. 大学数学, 2023, 39(03): 37-46.
- [4] 李冬果, 高磊, 黄俊, 等. 课程思政视角下线性代数课程教学实践 [J]. 医学教育管理, 2022, 8(S1): 31-34.
- [5] 陈晓江. 二年制职教科线性代数课程的几何化教学设计——以特征值和特征向量为例 [J]. 九江职业技术学院学报, 2022, (01): 43-44+48.