高观点视域下小学数学眼光的意蕴阐释与培育路径

庄雪峰
呼伦贝尔学院，内蒙古 呼伦贝尔 021000
DOI: 10.61369/SDME.2025310034

摘　　要： 针对《义务教育数学课程标准（2022年版）》中“数学眼光”素养培育面临的知识理解碎片化、浅表化困境，本研究借助克莱因的“高观点”思想，探讨其培育路径。研究阐明，“高观点”并非高等知识的下放，而是一种涵盖历史演进、结构统一、思想方法的上位数学观，与数学眼光“感知—抽象—联结”的认知内核深度契合。二者构成滋养关系：高观点为数学眼光的深化提供了视角支撑。基于此，研究构建了溯源、联结、渗透三维培育策略，旨在引导学生的数学眼光从经验直觉层面，进阶至以数学抽象为核心的理性建构层面，为核心素养在课堂落地提供具体可行的实践方案。

关 键 词： 高观点；数学眼光；数学抽象；知识结构；核心素养

Interpretation of Connotation and Cultivation Paths of Primary School Students' Mathematical Insight from the Perspective of Advanced Mathematical Viewpoints

Zhuang Xuefeng
Hulunbuir University, Hulunbuir, Inner Mongolia 021000

Abstract: To address the predicaments of fragmented and superficial knowledge comprehension encountered in the cultivation of the core competency of "mathematical insight" as stipulated in the Compulsory Education Mathematics Curriculum Standards (2022 Edition), this study explores the corresponding cultivation paths by drawing on Felix Klein's thought of "advanced mathematical viewpoints". The research clarifies that "advanced mathematical viewpoints" do not mean the simplification and downward application of advanced mathematics knowledge, but rather a meta-mathematical perspective that encompasses historical evolution, structural unity and ideological methods. This perspective is deeply aligned with the cognitive core of mathematical insight, which consists of the three stages of "perception, abstraction and connection". The two constructs an interdependent and mutually nurturing relationship: advanced mathematical viewpoints provide the necessary perspective support for the deepening of students' mathematical insight. On this basis, the study constructs a three-dimensional cultivation strategy framework, including historical tracing, knowledge connection and viewpoint infiltration. It aims to guide students to advance their mathematical insight from the level of empirical intuition to the level of rational construction centered on mathematical abstraction, thereby providing specific and feasible practical schemes for the classroom-based implementation of core competencies in mathematics education.

Keywords: advanced mathematical viewpoints; mathematical insight; mathematical abstraction; knowledge structure; core competencies

一、问题缘起与理论诉求

2022年颁布的《义务教育数学课程标准（2022年版）》（以下简称“新课标”）确立了“三会”的素养要求：会用数学的眼光观察现实世界，会用数学的思维思考现实世界，会用数学的语言表达现实世界。[1] 这一纲领性表述，标志着我国数学教育目标向“核心素养”的深刻演进与系统性落实。数学眼光作为“三会”的逻辑起点与认知基础，其培育成效直接关乎核心素养的整体落实。

在当前小学数学教学中，“数学眼光”的培育仍面临现实困境。一方面，传统教学理念更倾向于技能训练，学生对数学知识的理解常停留于记忆与操作层面，缺乏对知识本质及其内在联系的把握，知识结构呈碎片化状态；另一方面，教学难以有效引导学生触及数学思想与结构的深层，致使知识理解浅表化。[1] 因而，亟需一种更具深度的结构化视角引领教学改革。

德国数学家F. 克莱因所倡导的“高观点”思想，为此提供了关键理论视角。他认为，唯有站在高等数学的思想与方法高度，才能更深刻地理解初等数学的内容与联系[1]。对此，郑毓信教授进

 Copyright © This Work is Licensed under A Commons Attribution-Non Commercial 4.0 International License.

一步指出，小学数学教学应渗透对象化与结构化的思想，引导学生超越具体计算，从“操作性观念”转向“结构性观念”[1]。但亦有研究表明，若转化不当，“高观点”在小学阶段的实践易滑向简单化的超前学习，反而加重学生认知负担[1]。因此，实现高观点的适切转化，成为探索小学数学眼光培育新路径的关键。

二、高观点与数学眼光的核心内涵

（一）高观点：作为理解小学数学的三种视角

纵观克莱因“高观点”理论，所强调的站在高等数学知识的角度理解初等数学并非高等数学知识的简单下放，而是强调一种上位的、整体性的数学观与思维方式。结合数学哲学及数学教育相关研究，可从以下三个视角理解小学数学：

1. 历史演进视角

数学概念是在人类解决问题、认识世界的过程中诞生与生长的。如小数起源于精确表示非整数数量的需求，负数源于对相反意义量的刻画。教学中适度展现知识的“发生过程”，让学习与人类认识的基本脉络同构，可以打破数学知识孤立、静止的表象，展现其动态、发展的生命力。为本质化理解知识提供感知经验。

2. 结构统一视角

数学是一个内在紧密联系的有机整体。例如，整数、小数、分数的运算本质统一于相同计数单位的运算；平面图形面积公式可通过转化联结成网；运算规律是代数模型的雏形。这一视角要求教学打破课时与单元的壁垒，从结构视角看待数学问题，是对数学横向统一性与内在逻辑的深刻洞察，能够帮助学生构建结构化、网络化的认知体系。

3. 思想方法视角

具体数学知识背后往往蕴藏着更具普遍性的思想方法，，如数的认识蕴含抽象思想；运算定律蕴含推理思想以及图形面积蕴含转化思想等。克莱因的“高观点”最终指向的，正是这些贯穿数学学科发展始终的普遍性思想。这一视角要求教师穿透技能训练的表层，把握并凸显知识背后的思想方法，从而在教学中引导学生实现对数学知识的深度理解与认知重构，赋予其可持续的数学思考力。

（二）数学眼光：作为核心素养的认知内核

史宁中教授指出数学眼光主要是数学抽象[1]，另有学者对此进一步阐释，数学眼光是指应用数学的思想和方法去寻求对科学事实和现实世界现象的认识和理解的过程[1]，综合学界阐释，数学眼光是一种指向数学抽象的复合认知能力，是一个包含感知、思维与建构的复杂过程。

感知是起点，它强调的是在面对现实世界的复杂情境时，能够自动筛选且迅速聚焦于其中蕴含的数量、图形、关系、模式等数学元素。在此基础上，“数学抽象”成为数学眼光的核心机制[1]。这是一个从具体背景中剥离与提纯，抽取出共同、本质的数学属性或关系的思维过程。然而，抽象并非数学眼光的终点，其内在同时包含“建立联系”的指向性[1]。这包含两个方面：一是在数学内部建立概念、原理间的逻辑联系，数学理论的建立与发展存在先后顺序，学生需要将新抽象出的数学对象与头脑中已有的概念、原理、结构网络进行联结，搭建个人认知网络；二是建立数学与现实间的双向通道，既能从现实看到数学，又能运用抽象结果去解释、预测或表征更广泛的现象，即“从数学内涵‘想到’现实案例”[1]，实现数学眼光从被动发现到主动解释与创造的跃升。

因此，数学眼光是一种以选择性感知为入口，以数学抽象为核心思维操作，以在现实与数学世界之间建立双向联系为功能指向的综合性认知能力与思维过程。

（三）关联解构：高观点何以滋养数学眼光

“高观点”与“数学眼光”间存在深刻的滋养关系。历史视角的知识解读，可指导教学遵循知识演进历程，创设兼具认知冲突与历史相似性的情境，将学生的观察焦点自然的引向数学本质问题，进而更高效地在教学中渗透数学思想；同时因其复演关键思维飞跃的过程而深化其感知深刻性。以结构的眼光组织教学，则为学生搭建个人知识网络提供平台，学生在这一过程中持续经历将新知识整合、同化置入原有认知网络的思维操作，其结构洞察力及认知力得以系统提升。当教师有意识地揭示并渗透思想方法时，便赋予了学生更高的思维视角，使其从解决单一问题转向把握同类问题的底层逻辑。推动学生的数学眼光从依赖直觉的经验层面，上升到有方法可循的理性层面，实现了素养的可持续迁移。

综上，“高观点”通过深化教师对数学内容的本质性理解，从历史、结构与思想方法三个维度，系统且定向地滋养着学生数学眼光中感知、抽象与联系建构的每一个核心维度。

三、基于高观点视角的小学数学眼光培育策略

基于高观点的历史演进、结构统一与思想方法三重视角，以及数学眼光以抽象为核心、以建立联系为导向的认知内核，构建以下三维培育策略，旨在实现高观点向小学教学实践的适切转化。

（一）历史演进视角下的溯源教学：夯实抽象感知基础

历史演进视角下的溯源教学，旨在还原知识的关键发生过程，让学生复演人类认识数学的关键步骤，从而聚焦数学问题本质，夯实数学抽象的感知基础。

第一，创设历史相似性情境，聚焦抽象对象。教学设计应提炼数学核心概念诞生或发展时的核心矛盾，转化为契合小学生认知的教学情境。例如，在“小数的初步认识”教学中，可还原古人在测量长度时，可还原古人测量中因单位不足而需细分的历史需求。通过创设“测量课本长度”的情境，让学生经历“整数单位不足—需要更小单位—创造新符号”的认知过程。这一过程与小数产生的历史逻辑同构，自然地将学生的注意力从“小数的形式”引向理解“小数的本质是十进制下的细分与表达”这一本质，为后续抽象出小数的计数单位奠定基础。

第二，复演概念雏形演变，把握抽象本质。通过展示概念的早期形态，引导学生在对比中理解其抽象精炼的过程。例如在“分数的认识”教学中引入古埃及的“单位分数”表示法，让学生

Copyright © This Work is Licensed under A Commons Attribution-Non Commercial 4.0 International License.

尝试用“古埃及方法”表示$\frac{3}{4}$，在尝试过程中，学生发现需要用$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$来表示，由此体会到“单位分数”的局限性，进而理解现代分数表示方法的本质是“用分子分母明确部分与整体的关系”。这种基于历史对比的体验，能帮助学生穿透符号表象，触及分数作为“等分与度量”的抽象本质。

第三，渗透历史抽象思想，感悟抽象价值。数学史中蕴含的抽象思想是宝贵的教学资源。例如，在“负数的认识”教学中，结合《九章算术》中“正负术”，阐明古人用正负数表示“相反意义的量”的智慧。通过“收入与支出”等情境，让学生理解负数的本质是“对相反意义量的抽象表示”，并初步渗透“对立统一”的辩证思想。这一过程让学生感受到数学抽象的现实力量，激发其主动运用数学眼光观察世界的兴趣。

（二）结构统一视角下的联结教学：提升抽象系统性

结构统一视角下的联结教学，旨在打破课时、单元的壁垒，揭示并构建知识的内在联系网络，从而提升学生数学抽象认知的系统性。

第一，聚焦核心概念，串联抽象主线。小学数学知识体系中存在着一些统领性的核心概念，教学应以核心概念为线索，整合分散知识点。例如“计数单位”是贯穿数与运算领域的核心概念，在教学中，通过对比分析整数加法、小数加法、分数加法的算理，引导学生抽象出“相同计数单位才能相加减”这一共同本质，以此为主线，能够将看似不同的运算规则统整为一个逻辑连贯的结构化体系，使学生形成关于运算的深层理解，而非机械记忆。

第二，运用转化思想，打通抽象领域。转化思想是提升抽象系统性的重要方法，也是打通领域界限、化未知为已知的关键思想。如在“平面图形面积”教学中，可构建以“转化”为核心的教学脉络：引导学生将平行四边形割补转化成长方形，进而将三角形、梯形转化为平行四边形来推导面积公式。更进一步，可启发思考这些公式是否能在“(上底 + 下底)× 高 ÷2”的视角下获得统一。这一过程让学生亲身经历如何通过“转化”将未知图形系统性地与已知图形建立联系，构建起层次分明的知识结构。

第三，设计跨单元整合任务，强化抽象应用。结构化的认知需要在复杂问题解决中得以应用和巩固。可通过设计跨单元的整合任务让学生强化知识联结。如“规划班级种植园”。在此过程中，长度、面积、运算、解决问题等原本分属不同单元的知识，被一个真实任务有机地联结起来。学生必须主动识别问题中的数学结构，调用并整合相关知识，从而在实践中完成从掌握孤立知识点到运用结构化知识网络的抽象能力跃升。

（三）思想方法视角下的渗透教学：掌握抽象理性方法

思想方法视角下的渗透教学，重在引导学生穿透技能操作的表层，领悟并掌握数学抽象赖以运行的理性方法，推动其数学眼光从经验直觉层面向理性自觉层面进阶。

第一，在概念建构中渗透抽象思想，把握抽象路径。数学概念的建立本身就是一次完整的抽象演练。教学应充分展现这一过程。例如，在“乘法的意义”建构中，教师可呈现诸如3组同学，每组5人等多个相同情境。引导学生在观察这些实例的共同特征，剥离非本质属性，抽象出“都是求几个相同加数的和”这一本质属性进而归纳出“几个几”这一数量关系模型。最后转化为乘法算式。在这个过程中，学生经历从具体实例到符号表示的完整抽象路径，掌握了概念抽象的基本方法。

第二，在规律探究中渗透推理思想，完善抽象逻辑。数学规律的抽象离不开严谨的数学推理。例如，在“乘法分配律”教学中，引导学生从具体算式（3+2）×5、3×5+2×5的结果相等出发，通过点子图等方式验证其几何意义，进而提出猜想，鼓励学生自主举例验证猜想，最后抽象出乘法分配律的表达式。此过程实践了“观察猜想—举例验证—归纳概括”的合情推理与初步演绎推理相结合的抽象逻辑，使抽象的结论建立在坚实的理性基础之上。

第三，在问题解决中渗透模型思想，实现抽象迁移。数学模型是连接数学与现实世界的桥梁，教学需引导学生经历“数学化”建模过程，实现抽象迁移。以“购物付费”问题为例，从“总价 = 单价 × 数量”这一数量关系出发，引导学生将其抽象为“单位量 × 份数 = 总量”的模型。进而，将此模型迁移应用于“速度 × 时间 = 路程”“工作效率 × 时间 = 总量”等不同数量关系情境。学生学会的是从现实信息中识别关键数量关系，并将其抽象为可复用的数学模型，实现抽象思想的跨领域迁移。

四、结论

以上从高观点的三重内涵、数学眼光的认知内核及二者的滋养关系三个维度的研究证实，高观点并非高等数学知识的简单下放，而是以历史演进、结构统一、思想方法为核心的上位数学观，数学眼光是以数学抽象为核心、以建立双向联系为本质的综合性认知能力。高观点的三重视角与数学眼光的感知、抽象、联结维度深度契合，能够为数学眼光的培育提供结构化的纵深路径。运用高观点滋养数学眼光，对教师而言，关键在于精准把握高观点的适切转化路径，在教学中穿透技能表层、把握本质联系；对学生而言，则有助于突破碎片化认知，实现数学眼光从经验直觉到理性抽象的进阶。基于高观点构建的三维培育策略，是发展学生数学眼光、落实核心素养的有效路径。

参考文献

[1] 中华人民共和国教育部 . 义务教育数学课程标准：2022年版 [S]. 北京：北京师范大学出版社，2022：17.

[2] 周卫东 . 试谈高观点视角下的小学数学教学 [J]. 小学教学参 ,2019,(08):1-3.

[3] 克莱因著，舒湘芹等译 .《高观点下的初等数学》[M]. 上海：复旦大学出版社，2008.

[4] 郑毓信 . 高观点指导下的小学数学教学 [J]. 小学数学教育 ,2014,(12):3-6.

[5] 彭亮，徐文彬 . “高观点”下小学数学教学的实践偏向、策略及其核心旨向 [J]. 南京晓庄学院学报 ,2020,36(04):37-41+52.

[6] 史宁中 .《义务教育数学课程标准 (2022年版)》的修订与核心素养 [J]. 教师教育学报 ,2022,9(03):92-96.DOI:10.13718/j.cnki.jsjy.2022.03.011.

[7] 余继光 . “用数学的眼光看世界”的思考 [J]. 数学教学 ,2019,(04):35-39.

[8] 郑义富，黄甫全 . 数学的眼光：指向“三会”素养目标的数学抽象思想 [J]. 数学教育学报 ,2024,33(01):59-63.

[9] 陈静安 . 核心素养视域下的数学眼光及其教学策略研究 [J]. 广东第二师范学院学报 ,2020,40(06):23-28.

[10] 胡晋宾，刘洪璐 . 数学眼光的理论审视与培养建议 [J]. 教育研究与评论，2022,(06):57-61.

 Copyright © This Work is Licensed under A Commons Attribution-Non Commercial 4.0 International License.