

# 高中解析几何教学中代数思维与几何直观的协同路径研究

张建梅

南通市通州区金沙中学，江苏 南通 226300

DOI: 10.61369/SDME.2025300020

**摘 要：**解析几何属于连接代数与几何的载体，其教学核心是培养学生代数思维与几何能力，促进二者的融合。但当前高中解析几何教学仍存在概念理念表层化等问题，学生很难清晰认识学科的本质，容易感受学习困难。基于此，可以通过代数思维和几何直观的协同，促进高中解析几何教学的调整，帮助学生健康成长，提升育人有效性。本文从高中解析几何教学层面出发，分析了当前教学存在的问题，并提出具有的教学实践策略，旨在改善几何教学困境，促进学生数学核心素养的提升，为其健康成长保驾护航。

**关 键 词：**解析几何；代数思维；几何直观；协同教学；核心素养

## Research on the Collaborative Path of Algebraic Thinking and Geometric Intuition in the Teaching of Analytic Geometry in Senior High Schools

Zhang Jianmei

Jinsha High School, Tongzhou District, Nantong City, Nantong, Jiangsu 226300

**Abstract：** Analytic geometry serves as a carrier connecting algebra and geometry, and the core of its teaching is to cultivate students' algebraic thinking and geometric abilities and promote the integration of the two. However, the current teaching of analytic geometry in senior high schools still has problems such as the superficial understanding of concepts and ideas. Students find it difficult to clearly grasp the essence of the subject and are prone to feel learning difficulties. Based on this, the coordination of algebraic thinking and geometric intuition can be adopted to promote the adjustment of analytic geometry teaching in senior high schools, facilitate the healthy development of students and improve the effectiveness of education. From the perspective of analytic geometry teaching in senior high schools, this paper analyzes the existing problems in current teaching and puts forward specific practical teaching strategies. It aims to alleviate the predicaments in geometry teaching, promote the improvement of students' core mathematical literacy and escort their healthy growth.

**Keywords：** analytic geometry; algebraic thinking; geometric intuition; collaborative teaching; core literacy

## 引言

解析几何是高中数学的主体内容，它本身创立就是一场数学革命，用坐标法把几何问题代数化，又把代数结果几何化，实现了“数”与“形”的统一，这决定了解析几何教学的根本目的：不仅要让学生掌握坐标法与方程工具，发展严密的代数思维，更要培养对图形关系、几何性质、空间结构的敏锐洞察力和直觉判断力，即几何直观，两者如解析几何之两翼，缺一不可。《普通高中数学课程标准》中提出培养学生的六大核心素养，分别是数学抽象、逻辑推理、数学建模、直观想象、数学运算、数据分析，而解析几何作为代数与几何知识的桥梁，对发展学生“直观想象”和“数学运算”能力具有独特价值，深入探讨两者之间内在联系及互动机制，既是破解当前教学实践困境的关键路径，也是达成数学学科核心素养教育目标的战略选择之一。

## 一、高中数学解析几何教学存在的问题

### （一）概念理解的表层化

解析几何当中核心概念像“点的坐标”、“曲线方程”、“斜率”

以及“距离”，其本质特点都表现出数学符号同图形结构之间深层对应关系，当前教育实践里，这些抽象知识要么停留在浅层理解，要么只是片面认识，并没有系统整合或者深入探究。当前数学教育存在一些问题，一方面将“坐标”看作是机械记忆对象，

另一方面视“方程”为解题工具,讲解“点的坐标”的时候,学生往往关注有序实数组用来表述几何位置的技能,未曾把握其真正意思以及与空间结构之间的联系<sup>[1]</sup>。比如中点、共线还有垂直状况,这种情况同样出现在处理曲线方程讲解时——从几何背景转变为代数推导的过程中加速过渡,进而演变成固定化练习,“椭圆”、“双曲线”和“抛物线”的标准形式及其相关参数间的对应关系也许早已记在心里,但对其深层思想并未太多清晰意识,特别是不够明晰能结合方程解勾勒出图形的一些属性,对方程系数改变会给图形引发哪类变化一点探讨也没开展,以上这种方式使学生依靠符号操作开展概念学习时脱离了直观感受,认识不深不说还为考试致使很大心理负担。“几何条件代数化”的机械化处理。解析几何实质上就是将几何条件代入代数方程中,但是大多数学生把它当成一个固定的操作模式,而并没有深入思考其中所蕴含的数学思想<sup>[2]</sup>。

## (二) 图形分析能力的缺失

由于概念理解的表层化,学生在问题解决中普遍缺乏主动、有效运用图形分析的意识和能力。

部分学生在面对解析几何问题求解时,表现出“图形直观感觉能力匮乏”的缺陷,他们往往过于集中在坐标系创建与方程推导环节,而相对漠视对图形直观解析及辅助判定的功能。“无图”或“有图不用”的思维定势在一定程度上约束着他们的几何理解深度,在实际操作当中难以很好利用图像特点去简化计算步骤,检验结果的正确与否,还有规避错误因素的过程。特别是在着手解决直线同圆锥曲线交点相关问题时,若没有作出能够映射出空间里存在的分隔内容的草图,那么在估计其数量及考量可能取值范围这两方面时,可能恰当地出现致遗漏的情况,大幅提高困扰繁杂算术的可能概率<sup>[3]</sup>。目前图形分析显得静态且表面化,有些学生虽有绘制图表的基本意识,但大多数只局限在单一场景下直观展现思路,缺乏对动态过程持续发展整体把控能力,在解决动点轨迹相关问题时容易局限于某一位置而忽略整体变化趋势;在处理含参方程组情况时,很难建立参数波动条件下曲线族映射的心理表象,尤其是在几何学领域未能充分依赖基础几何原理提炼出核心数学结构,导致无法从繁杂代数条件中提炼出本质特征,进而造成高效解题策略选择余地受限,导致学生在面对综合性较强问题时陷入思路卡壳、运算量过大甚至方向跑偏这种窘境之中<sup>[4]</sup>。

# 二、高中解析几何教学中代数思维与几何直观的协同策略

## (一) 概念教学的双向建构

概念的生成过程应是“几何—代数—几何”的循环上升过程,实现双向意义的建构。基于几何学原理,可以构建代数模型来实现对抽象概念的精准描述,在讲解核心理论的时候,应该首先借助直观的几何图形或者实际应用情景来进行教学活动,介绍“直线方程”这类知识时,不能直接引入点斜式的表述形式<sup>[5]</sup>。而是要从下面这些问题着手启发思考:“如何利用代数方法准确描述平面上具备某种条件的直线?”教师可以回顾确定直线时所需

考虑的关键因素——方向和位置特征,从而逐步把“方向”转换为“斜率”,把“过定点”转变成坐标约束条件,进而全面推导出对应的数学公式,在探讨圆锥曲线的时候,则要依照历史发展的顺序,从最初的原始几何定义出发,再结合坐标变换技巧实施代数语言的转化步骤,包含建系、设点、列式以及简化等环节,保证公式的出现具备严密的逻辑基础并体现一定的关联性<sup>[6]</sup>。深化代数知识的几何解析,实现直观认识,完成抽象运算之后,教学不能就此结束,公式和方程的各个元素均需加以“几何阐释”,在讲解直线的一般式  $Ax+By+C=0$  时,要深入探讨 A 和 B 各自的几何含义,将其同斜截式  $y=kx+b$  以及点斜式联系起来;对于圆的标准方程  $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$  而言,则要清楚 (a,b) 所代表的圆心坐标、r 所表示的半径意义及其扩展条件,至于椭圆方程,则要系统解释 a、b、c、e 这些参数各自的几何属性,利用图形计算器动态显示参数改变对图像产生的变形过程,“回归直观”环节有助于在学生心中构建起符号与视觉表象之间的牢固联系<sup>[7]</sup>。

## (二) 图形意识的分层培养

图形意识并不是与生俱来的自然属性,而是经过系统性训练从被动接受到主动运用转变的过程,可以构建包含四个递进阶段的培养体系:

第一层:读图能力指的是个体从视觉呈现的图表中获取核心信息的认知能力,对于标准或者非标准曲线图像,学生要准确地获取并解析曲线形态特征,顶点坐标值,对称轴属性,渐近线分布以及与坐标轴交点的位置等要素,这种基本训练建立图形表征与代数表达之间的内在关联,形成两者之间的双向转换关系<sup>[8]</sup>。

第二层:图形绘制流程:代数约束条件,根据题干代数约束条件,结合几何原理,绘制初步草图,该草图体现出主要空间分布和核心要素,对应直线与椭圆位置关系判别问题,绘制交点分布、切线相交,以及离问题状况的三种常见类型,对应动态点的问题,描绘起始状况、中途过渡和最终形态的变更进程;并不需要画出准确图像,不过要捉住每个元素之间存在的那种很强又显而易见的关联性性质。

第三层:变图——想象图形的运动与变换。想象图形在平移、旋转、伸缩等变换下的变化,以及参数变化时曲线形状的变化,想象方程  $(x-2)^2/4 + (y+1)^2/9 = 1$  所表示的椭圆是怎样由标准位置的椭圆平移而来的;当椭圆的离心率 e 从 0 增大到 1 时,图形是怎样从圆逐渐变扁的。这有助于学生理解参数的本质和图形的统一性<sup>[9]</sup>。

第四层:“想图”就是思维里完成图形的构思与构建,这是认知能力发展的较高阶段,这种技能体现为不用依靠实际绘图工具就能对复杂几何关系实施分析,整合,分解以及重组,碰到诸如多条曲线交汇点定位,动态轨迹追踪或者极值求解之类问题的时候,“想图”就能助力个体预判可能出现的图形形态,并且察觉其中蕴含的独特几何规律,进而给后面代数推导赋予方向指引,教育当中要经由实例解析,互动交流等方式,慢慢培养学生养成一边读题一边构思相关图像的习惯。

## (三) 运算策略的优化整合

解析几何里运算优化往往依靠图形特征的深入剖析,变量方

程创建之前需先实施图形解读,也就是“构图”步骤,从中探寻潜在的几何规律,然后据此构思更简洁高效的代数求解方案,若要判定四边形是否矩形,一旦察觉到对角线长度相等且互相平分的现象,就可以经由计算中点坐标和交点距离来达成目标,其操作复杂度比传统角度或者平行关系验证方式要低得多,针对三角形面积问题,当某条边与坐标轴存在平行或者垂直关系时,直接采用底乘高的公式就能迅速得出结果,相较之下,普遍采用的弦长公式结合点到直线距离公式的推导过程就显得不够高效。数学分析服务于几何目标,需要在代数推导中融入几何直观思维,面对特定的几何需求,要选取契合度更高的代数表达形式,处理垂直关系的时候,可用向量内积等于零取代斜率法,涉及角度问题,就应当采用向量夹角公式或者余弦定理,计算距离平方值的时候,通过避开开方操作来简化运算流程,直线与圆锥曲线相交并且聚焦于两根和/积相关结论而不是坐标本身的时候,优先选用韦达定理,这样会更高效地达到预期效果<sup>[10]</sup>。

### 三、结束语

综上所述,解析几何的魅力与力量,离不开严密精确的代数思维与生动想象的几何直觉之间的相互协作,本研究在当前高中解析几何教学本末倒置,两者割裂导致学生对概念理解仅浮于表层、缺乏图形分析能力等问题上,给出了“双向建构”“分层培养”“优化整合”为核心的协同策略。这些策略凸显在概念产生阶段要扎根数形对应的本源、在能力培养阶段要系统训练图形意识的逐级提升、在问题解决阶段要践行“从几何到代数”的思维统驭。实现实数与几何的协同整合,是一个逐步推进的过程,这要求教师的专业素养和教学智慧要达到更高层次,教师要深刻理解解析几何中的“数形结合”核心,在课程设计上搭建从“形”到“数”再到“形”的双向转化架构。

### 参考文献

- [1] 曹素玲. 高中立体几何教学中直观想象素养培养的路径与实践 [J]. 数学通报, 2025, 64(07): 18-21+42.
- [2] 陈平生. 核心素养视阈下高中数学课堂评价的优化策略——以立体几何教学为例 [J]. 福建教育学院学报, 2022, 23(12): 32-35.
- [3] 代银花. 高中数学教学如何提升困生学习成绩 [J]. 亚太教育, 2022, (06): 10-12.
- [4] 薛君莉. 高中数学教学中小组合作学习现状及对策研究 [J]. 数据, 2022, (03): 146-148.
- [5] 严凤莺. 核心素养视角下的高中立体几何教学质量提升研究 [J]. 亚太教育, 2022, (03): 37-39.
- [6] 陈倩. 运用虚拟现实技术辅助高中生学习立体几何研究 [J]. 中国教育技术装备, 2022, (01): 41-44.
- [7] 梅雨, 白玉梅. 数学史与中学平面解析几何教学的融合 [J]. 赤峰学院学报(自然科学版), 2021, 37(07): 97-100. DOI: 10.13398/j.cnki.issn1673-260x.2021.07.024.
- [8] 杜正敏, 陈明. 高中立体几何教学策略分析 [J]. 遵义师范学院学报, 2021, 23(02): 149-151.
- [9] 于育民, 连冬艳. 基于数学建模思想的解析几何教学改革研究 [J]. 知识经济, 2020, (16): 161-162. DOI: 10.15880/j.cnki.zsjj.2020.16.097.
- [10] 孙强. 高中立体几何教学如何培养学生空间想象能力 [J]. 造纸装备及材料, 2020, 49(01): 175.