

生成式人工智能驱动线性代数课程的创新探究

陈波

中央民族大学, 北京 100081

DOI: 10.61369/TACS.2025100025

摘 要 : 随着生成式人工智能技术的迅猛发展, 高等教育正面临前所未有的变革机遇。线性代数作为高校理工科、经管类等多个专业的重要基础课程, 因其高度的抽象性与逻辑性, 传统教学模式在激发学生兴趣、实现个性化教学等方面存在挑战。本文旨在探究生成式人工智能驱动高校线性代数课程教学的创新路径。首先, 深入剖析生成式 AI 在重塑教学价值、实现个性化学习、培养高阶思维及创新教学评价等方面的深远意义。继而, 系统提出四项核心教学策略: 利用生成式 AI 创建动态化、场景化的教学资源; 构建人机协同的个性化辅导与练习系统; 设计基于问题链与项目式的探究性学习模式; 以及推动过程性、能力导向的教学评价改革。旨在共同推动线性代数课程向更具互动性、启发性与实效性的方向发展, 培养适应智能时代的创新人才。

关 键 词 : 生成式人工智能; 线性代数; 教学创新; 个性化学习; 人机协同

Innovative Exploration of Linear Algebra Courses Driven by Generative Artificial Intelligence

Chen Bo

Minzu University of China, Beijing 100081

Abstract : With the rapid development of generative artificial intelligence (AI) technology, higher education is facing unprecedented opportunities for transformation. As a crucial foundational course for multiple majors such as science and engineering, economics, and management in universities, linear algebra, characterized by its high abstraction and logical rigor, poses challenges to traditional teaching models in stimulating students' interest and realizing personalized teaching. This paper aims to explore the innovative paths of generative AI-driven teaching in university linear algebra courses. Firstly, it deeply analyzes the profound significance of generative AI in reshaping teaching value, enabling personalized learning, fostering higher-order thinking, and innovating teaching evaluation. Subsequently, it systematically proposes four core teaching strategies: utilizing generative AI to create dynamic and contextualized teaching resources; constructing a human-machine collaborative personalized tutoring and practice system; designing inquiry-based learning models based on problem chains and project-based learning; and promoting the reform of process-oriented and competency-based teaching evaluation. The research intends to jointly drive the linear algebra course towards a more interactive, inspiring, and effective direction, cultivating innovative talents adaptable to the intelligent era.

Keywords : generative artificial intelligence; linear algebra; teaching innovation; personalized learning; human-machine collaboration

引言

线性代数是现代数学的基石, 其概念与方法渗透于计算机科学、数据科学、物理学、工程技术乃至经济学等众多领域。从机器学习中的矩阵运算到图形学中的空间变换, 线性代数的应用无处不在。当前, 以 ChatGPT、文心一言、Midjourney 等为代表的生成式人工智能技术取得了突破性进展, 其强大的内容生成、情境对话、多模态信息处理与逻辑推理能力, 为摆脱这一教学困境 提供了革命性的工具。生成式 AI 不仅能作为知识呈现的“放大器”, 更能成为学习过程的“催化剂”和思维发展的“脚手架”。因此, 探究如何将生成式人工智能深度融入线性代数课程的教学全过程, 实现从“教”到“学”的根本性转变, 具有极其重要的理论价值与现实紧迫性。

一、生成式人工智能驱动高校线性代数课程教学的意义

(一) 重塑教学价值, 从知识传递转向思维启迪与能力赋能

传统线性代数教学的价值重心往往落在对定义、定理、公式

和计算技巧的掌握上, 这在很大程度上窄化了课程应有的丰富内涵。生成式人工智能的介入, 能够将教师和学生从烦琐的演算和机械的记忆中解放出来, 使教学的核心价值回归到数学思维的培养和问题解决能力的赋能上。具体而言, 教师可以利用 AI 自动生成习题、批改基础作业, 从而节省大量时间, 用于设计更具挑战

性的探究项目、组织课堂讨论、进行深度的一对一辅导。对于学生，当遇到一个抽象概念如“矩阵的秩”时，他们可以指令 AI：“请用几何意义、不同领域的应用实例以及一个生动的比喻来解释矩阵的秩。”AI 能够即时生成多元化的解释，帮助学生从多个角度构建理解，而非仅仅记忆“非零子式的最高阶数”这一定义。这意味着，教学的目标不再是让学生成为计算器，而是成为能够理解数学本质、建立数学模型、运用数学语言思考和表达问题的创新者。生成式 AI 在此扮演了“认知外包”的角色，处理信息检索、基础计算和内容生成等低阶任务，使得师生双方都能将宝贵的认知资源投入到批判性思考、创造性建构和策略性决策等高阶思维活动中，从而实现教学价值的升维。

（二）实现规模化因材施教，破解个性化学习的核心难题

线性代数课堂中学生基础差异大、学习风格各异，统一的教学进度和内容难以满足所有学生的需求，这是长期存在的教学痛点。生成式人工智能凭借其强大的自然语言理解和生成能力，能够扮演一位不知疲倦、知识渊博的“个人导师”，为每位学生提供高度个性化的学习支持。系统可以根据学生的前置知识测试结果、学习过程中的交互数据（如提问类型、答题正确率、停留时间），动态调整学习路径和内容呈现方式。对于基础薄弱的学生，AI 可以生成步骤详尽、语言通俗的补充讲解，并提供大量由易到难的变式练习，帮助他们夯实基础。对于学有余力的学生，AI 则可以生成具有挑战性的开放性问题、推荐前沿的学术论文或展示线性代数在尖端科技中的应用案例，引导他们进行探索性学习。例如，当学生不理解“特征向量”时，可以向 AI 提问：“能否为我生成一个关于特征向量在图像压缩中应用的具体数值例子？”AI 不仅能生成例子，还能根据学生的反馈进行实时调整。这种“一对一”的适应性教学，在传统大班授课中几乎无法实现，而生成式 AI 使其成为可能，真正实现了“因材施教”的规模化应用。

（三）深化概念理解与迁移应用，弥合理论与实践的鸿沟

如果线性代数的形式化概念与视觉几何模型或现实世界的实际问题不能挂上钩，其结果便成为一股没有源流的水了。而生成性 AI 拥有的跨模态生成能力，如等，能够对文本、编程代码、图像甚至视频等资料做可视化处理，并模拟它们的应用场景，进而大幅提高学生对它们的吸收和内化能力。例如，当学生学“线性映射”时，可以让他们要求 AI“请用 Python 写一段程序画一幅二维网格，然后画出矩阵 $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ 引起的转转压缩映射的效果，以及附带的简要说明文字。”AI 能生成并执行代码，动态图显示了复杂的线性代数操作的实际几何活动。进一步，学生还可以要求 AI“假设我是数据科学家，请解释一下怎样用特征值分解来做降维，并制造一个模拟数据集做示例。”这样，AI 会把线性代数的知识融入了完形化和有意义的问题解决方案，让学生感受到数学工具的实际威力，并激发起自主学习的原动力。该教学法是以真实环境为依托的创新型教学方法，突破了课本例题的局限性，有效拉近抽象知识、理论与现实应用的鸿沟，培养学生的数学建模思想和知识跨专业应用能力。^[1-5]

二、生成式人工智能驱动高校线性代数课程教学的策略

（一）创建动态化、场景化的生成式教学资源库

纸质教科书及 PowerPoint 等现有的教育教学载体很难满足日益增长的学习者的学习需求并且生动地呈现数学之美。教师要充分利用人工智能的颠覆性力量打造能实时更新的多载体、互动性强的教育教学资源。首先是对于最重要的概念（如向量空间、行列式、特征值），由教师指导 AI 生产出很多现实世界中的案例、历史故事、跨界应用的解题思路，形成若干有趣的“概念理解包”，作为第一阶段的任务。其次，教师可以创造出一个“智能出题器”，只要给出要出的题目的知识点、难度、应用领域等相关信息，由人工智能自动生发各式各样的选择题、填空题、证明题和实验题，并给出详细的解题步骤和若干解法思路，如要求 AI：“自动生成 5 道关于‘矩阵对角化’的题，中等以上难度，应用领域的主题包括生态系统学、网络社交、结构力学等”。最后，通过 AI 的编程功能为重要的理论方法如 Gram-Schmidt 正交化、奇异值分解等，建设出操作性强的交互环境，通过调整参数、观看结果，真正实现学生借助“做”的能力，去实现“懂”的目标。该资料储藏室应具有开放性与可扩充性，吸引教师、学生共同提出建议词汇（Prompt），并且对应用回馈做出改进以实现对个人化教育“动态”的学习资料库。

（二）构建人机协同的个性化辅导与练习系统

将生成式人工智能更多地应用到学生的课后作业模块中，形成全天在线、随时随地响应的学生智能学习助手。既应该具有强大的交互性和自主指导和修正能力。在面对困惑时，学生不仅可以向 AI 求助，还应该鼓励学生与 AI 多交流、进行多次的反复，让学生自主摸索解题方式。例如，学生提出疑问“如何证明矩阵 A 和其转置具有相同的特征值”的时候，AI 不应直接告诉学生怎样解答，而是可以反问，“回想一下特征值的定义，对于非零向量 x ， $Ax = \lambda x$ 。那么 A^T 的特征值定义是什么？能否尝试建立两者之间的联系？”类似于苏格拉底式提问，引导学生慢慢思考。当然，在这期间，AI 应该记录学生的错误题目历史，并运用基于知识图谱技术对学生知识漏洞进行识别，并将 AI 给予的知识讲解和反馈的练习任务进行自动推荐。此外，教师还可以加入一定的游戏因素，例如设定一系列的闯关任务，比如“请让 AI 设计出用线性代数方法求解迷宫导航问题的方案”。通过这样在趣味化任务情境下，让学生进行知识的实践应用。“协作”是该系统的“基石”，其中人工智能发挥着反馈及时、数据推荐以及辅助工具的作用，学生发挥着引领学习目标、深入理解并价值判断的效用，教师发挥着后端数据监控学生学习状况并进行关键指导，完成“学生-AI-教师”三者的高效互动循环。^[6-10]

（三）设计基于问题链与项目式的探究性学习模式

基于生成式人工智能应用下，高校线性代数课程教学不再以按章循序的方式来学习，而应采用围绕概念和重要实际问题的探究性学习模式，用一个连锁式问题串来促使学生的探究，例如先通过问题“怎样用数学语言描述照相的旋转和平移”，引入线性

变换,再通过问题“哪些变换保持了结构的不变性”,引入特征值、特征向量的概念。在这期间,学生可以利用人工智能(AI)做探究工作,搜索知识,验证猜想,呈现发现。再高级的是实践性学习,例如让学生完成这样一个完整的探究性题目:“依据奇异值分解的原理,设计并实现一个简单的图像压缩算法”,在这过程中,学生的活动离不开AI,AI可以帮助他们搜集SVD的基本知识,寻找编码方法,对比不同压缩比下图像的表现,最终形成一个完整的探究性报告。在这里,AI不再是单纯的信息存储装置,也是任务中的一员。这就使得支离破碎的信息聚集于实际工作的情境,凸显出知识的整体性和应用性,对提高学生的发现问题、协作学习和创新解决的能力有所裨益。教师的任务也由知识传递转变为营造研究情境、指导研究过程以及检验研究成果。

(四) 推动过程性、能力导向的教学评价改革

利用生成式人工智能技术设计学习路径及促进学生综合能力的测验系统。首先,利用人工智能的自动分析能力评估学习整个过程。如可以分析出人工智能辅助系统交互过程中的学生提问质量、思路方向等,考察其深思熟虑的深度与自主性。其次,设计新型测验题目,主要考查学生在使用人工智能过程中的解决问题能力。可以设计“使用人工智能解决问题”的小实验——“AI辅助下的探究式报告”,由学生在人工智能的辅助下,完成一项规模比较小的课题研究,并能明确回答出其中哪些是其自己完成的,哪些是受到人工智能的启发,对人工智能生成的信息的准确性和可靠性进行批判反思。如此一来,不仅考查了各专业领域知

识,还考查了信息技能和批判性思维。最后,改革测试方式,以开卷或者半开卷的形式对所学知识进行测试,允许使用人工智能工具,但题目的设计会侧重于对所学理论、基本原理及综合运用,而不是一道题目中数学计算为主。例如:“比较高斯消元法与矩阵求逆法解决线性方程组的优点和不足,然后要求人工智能分别给出一个案例进行详细解析。”用该评价方法更有利于使学生充分感受数学思想的本质以及和智能终端协调配合的能力达到教、学、评相统一的效果。

三、结语

生成式人工智能的出现,不是线性代数课程改革的可选项,而是一股必将重塑其教学范式的战略性力量。它所带来的并非简单的工具升级,而是对教育目标、教学模式、师生角色乃至评价体系的系统性重构。本文探讨了生成式AI在推动教学价值转向思维启迪、实现规模化个性化学习、深化概念理解与迁移应用以及创新评价体系等方面的深远意义,并相应提出了创建动态资源库、构建智能辅导系统、设计探究性学习模式和推动能力导向评价等具体策略。未来的线性代数课堂,应是教师、学生与生成式AI三者形成的智慧共同体,面对这一浪潮,高校和教育者应主动拥抱变化,积极探究与实践,共同开启智能时代线性代数教学的新篇章。

参考文献

- [1] 操晓娟,徐文婷.新工科背景下人工智能赋能“线性代数”课程的路径与策略[J].黑龙江教育(理论与实践),2024,(12):46-48.
- [2] 韩文静,董建鑫,周辰,胡玲静.人工智能背景下医学影像技术专业线性代数课程教学改革与实践[J].数理医药学杂志,2024,37(10):799-805.
- [3] 朱佳宏,王晓丹.面向工科专业的线性代数案例教学探究[J].才智,2024,(18):105-108.
- [4] 刘媛媛.新工科背景下高校线性代数课程教学路径探析[J].学周刊,2024,(10):49-52.
- [5] 张晓果,蔡玉杰,兰奇逊.深度融入信息技术的线性代数课程混合式教学模式探索[J].科技风,2022,(07):95-97.
- [6] 倪丹.人工智能元素融入大学数学课程的可行性探析[J].山西能源学院学报,2021,34(05):30-32.
- [7] 李宁.“互联网+”时代线性代数课程教学改革探究[J].新闻研究导刊,2021,12(17):243-245.
- [8] 刘浩.在AI专业数学课堂中融入计算思维的研究——以《线性代数》为例[J].数学学习与研究,2021,(24):2-3.
- [9] 董婷,赵雅因,温道伟,唐志丰,杨浩,吴明晖.疫情防控期间基于“MOOC+智能云教学”的“线性代数”线上教学探索与实践[J].工业和信息化教育,2020,(12):15-19.
- [10] 连冬艳,宋亮.智能教学背景下线性代数课程教学模式创新与实践[J].知识经济,2020,(16):137-145.