基于学科融合和创新培养的高等数学课程教学探索与实践

张艳波
齐鲁师范学院 数学学院，山东 济南 250200

DOI: 10.61369/ETR.2025460009

摘　　要： 在“四新”建设背景下，高等数学是一门能够推进学科融合的公共基础课程。为适应当前创新教育的发展，对高等数学的教学作出了一定的创新探索，提出了基于交叉学科的案例式教学模式和利于创新人才培养的问题导向式教学模式，并在教学中作出实践，取得了良好的效果。

关 键 词： 数学课程；学科融合；案例教学；问题导向式教学

Exploration and Practice of Higher Mathematics Teaching Based on Discipline Integration and InnovativeCultivation

Zhang Yanbo
School of Mathematics, Qilu Normal University, Jinan, Shandong 250200

Abstract : In the context of the "Four New" construction, higher mathematics is a public basic course that can promote the integration of disciplines. In order to adapt to the current development of innovative education, certain innovative explorations have been made in the teaching of higher mathematics, proposing a case-based teaching model based on interdisciplinary studies and a problem oriented teaching model based on innovative talent cultivation. These have been put into practice in teaching and have achieved good results.

Keywords : mathematics curriculum; interdisciplinary integration; case-based teaching; problem-oriented teaching

引言

为了实现高等教育内涵式发展，教育部提出了 " 新工科、新农科、新医科、新文科 " 的 " 四新 " 建设，学科之间的融合与交叉已然成为教育领域的热门话题。高等数学作为工科、经济、医学、农学等各个专业的公共基础课程，是学习其他专业课程的必备理论课程，是一门培养学生用数学思维在各个专业案例中发现问题、分析问题和解决问题的重要课程，是能够推进多学科深度交叉融合的一门课程。

然而目前传统的高等数学教学在促进学科之间的融合和交叉方面做的还不够。在教学过程中仍然存在诸多问题，教师在教学过程中对数学思想、数学方法以及其在专业领域中的应用不够重视。为适应社会发展，培养创新型、学科融合性人才，需对高等数学课程的教学作出一定的创新探索。

一、基于学科融合的案例式教学模式

（一）案例式教学模式的具体应用

在高等数学的课堂教学中，教师在理论讲授定积分时，针对物理专业、天文专业或者航天相关专业的学生，教师可以设计火箭发射初始速度如何设定的案例。

首先，教师讲解定积分概念和运算方法等理论知识，掌握定积分概念的物理意义，学会定积分计算的牛顿——莱布尼兹公式、换元积分法和分部积分法等；

其次，给出学生感兴趣的物理专业案例：火箭发射时，初始速度设定为多少，火箭才能超出地球的引力范围？即火箭发射成功；

基金项目：齐鲁师范学院2024年度职业教育培育改革项目《基于交叉学科的高职数学类课程教学模式的创新探索》，编号：XJG2024059。

作者介绍：张艳波（1982—），主要从事数学建模和函数论教学。

最后引导学生，分析案例，给出答案。学生自主分析案例所需物理专业知识——万有引力定律

$$f = K\frac{Mm}{(R+x)^2} \qquad (1)$$

其中 K 为万有引力常数，M 和 m 分别表示地球和火箭这两个质点的质量，R 表示地球的半径，x 表示火箭离开地面的距离；分析案列所需高等数学原理——定积分 $A=\int_a^b f(x)dx$ 计算出火箭自地面（$x=0$）到达高度 h 时所获得总位能

$$u=\int_0^h \frac{R^2gm}{(R+x)^2}dx = R^2gm(\frac{1}{R}-\frac{1}{R+h}) \qquad (2)$$

利用高等数学中的极限理论，当 $h\to\infty$ 时，位能 $u\to Rgm.$

对于物理和天文专业的学生，他们熟知末能来自动能的结论，假设火箭的初始速度为 v_0，它的动能为 $\frac{1}{2}mv_0{}^2$，为使火箭能够超出地球引力的范围，必须有 $\frac{1}{2}mv_0{}^2 > Rgm,$ 其中 $g=980cm/s^2, R=6.37\times10^8cm$。

故

$$v_0 > \sqrt{2\times6.37\times980} = 11.2\times10^5(cm/s)$$

最后学生个给出案列总结。在该火箭发射的案例中，为了使得火箭能够发射成功，初始速度必须要大于11.2千米每秒，该速度也被称为第二宇宙速度。也就是物理学中所谓的物体完全摆脱地球引力束缚，飞离地球所需要的最小初始速度。

（二）案例式教学模式在高等数学中的实施要求

在高等数学教学中，案例教学模式的第一步主要是基本概念和理论的讲授。由于高等数学课程具有抽象、严谨的特点，要求教师在讲授理论时要做到概念输出的条理清晰，理论体系阐述的完整和统一；第二步在理论知识讲授的同时，教师会精心设计合适的专业背景或不同领域的真实案例。这样有助于激发学生的学习积极性，有助于活跃课堂的教学氛围，有助于拓宽学生的知识视野，进而培养学生的综合应用能力和学科融合性。这就要求数学教师在备课时，不仅要精通数学专业知识，还要了解交叉学科的大体内容。

二、基于创新能力培养的问题导向式教学模式

在高等数学的课堂教学中，尝试了以促进创新能力培养为核心特征的问题导向式教学模式。问题导向式教学，也叫“项目式教学”，是一种通过让学生展开一段时期的调研、探究，致力于用创新的方法解决一个复杂的实际问题，从而在这些学习实践中，学习新知识和收获新技能的教学方法。

（一）问题导向式教学在高等数学中的实施流程

随着现代科学技术的迅猛发展， 数学模型正是从定性和定量的角度去分析和解决所遇到的实际问题，为人们解决实际问题提供一种数学方法，一种思维方式。因此在高等数学教学中，问题导向式教学模式最好的载体就是数学建模，坚持 OBE 教学理念，强化创新应用，基础与应用无缝衔接，高等数学教学中引入数学模型和数学实验。高等数学课程增添的实验实践环节，能够培养学生的创新思维、创新能力、自主学习能力及批判思维的能力。具体实施如下：

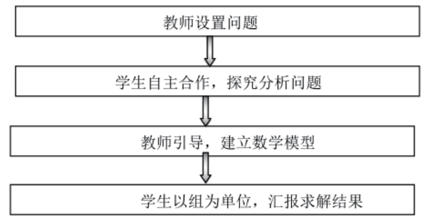

图 1 问题导向式教学流程图

（二）问题导向式教学的具体应用

下面以交通与信息工程专业中，讲授高等数学中的“常微分方程”为例，来阐述高等数学中的问题导向式教学。

1. 教师设置问题

在城市交通管理中我们经常碰到的一个问题：在交通十字路口都会设置红绿灯，为了让那些正行驶在十字路口或者离十字路口太近而无法停下的车辆通过路口，在红绿灯转换中间都会亮起一段时间的黄灯，黄灯亮灯时间的长短对交通安全有重要影响。那么十字路口的黄灯应持续亮多长时间才是最为合理呢？

2. 以学生为中心，开展自主合作、探究式分析问题

这是一个没有唯一答案的开放性问题，这就需要学生共同参与到问题分析和求解的过程。这样在解决问题的过程中，学生以小组为单位，通过查阅文献资料和实证观察。发现在实际交通状况下，如果黄灯时间多短，司机可能来不及在红灯亮前将驾驶车辆安全地停在停止线内。如果黄灯时间过长，又会让一些司机产生误解或者利用过长的黄灯时间去抢行。所以学生发现黄灯时间持续长短真的对交通安全有非常重要的影响。

学生探究式分析这个问题，将其转化为数学问题。对于驶近十字路口的驾驶员，在他看到黄色信号后要作出决定，是停车还是通过十字路口。如果他按法定速度（或低于法定速度）行驶，当决定停车时，他必须有足够的停车距离；当决定通过十字路口时，他必须有足够的时间使他完全通过路口。然而刹车是一个复杂的过程，为简化计算，学生需做出合理化的模型假设，比如假设车辆的法定最高行驶速度、十字路口附近的行驶速度和通过十字路口的速度一致；假设每个驾驶员从看到黄灯到作出停车或通过的决定所需的反应时间一致。通过查阅资料和生活经验，学生探究分析出黄灯亮的时间或许与车辆的行驶速度、交通路口的宽度、车辆自身的长度、汽车的重量、驾驶员的反映时间和刹车距离等因素有关，从而合作分析得出十字路口黄灯应该持续的时间主要有三部分构成，分别是驾驶员的决定时间（即反应时间）、车辆通过十字路口的时间和快速通过刹车距离所需的驾驶时间。

3. 在教师的引导下，学生为主体，自主建立数学模型

由学生小组合作、探究学习得知，黄灯状态应持续时间建立数学表达式

$$A = t_1 + t_2 + t_3$$

其中 A 为黄灯应亮时间，t_1 为驾驶员反映时间（一般情况下设为常量），t_2 为车辆通过十字路口的时间，t_3 为法定速度下快速通过刹车距离的时间。故黄灯亮灯时间模型由两个初等模型和

一个刹车模型组合而成。

初等模型一：有假设得知，车辆的法定最高行驶速度、十字路口附近的行驶速度、通过十字路口的速度均一致；考虑到车通过路口实际上指的是车的尾部必须通过路口，因此

$$t_2 = \frac{I+L}{v_0}$$

其中为 v_0 为法定速度， I 为十字路口的宽度， L 为车身长度。

初等模型二：由假设得知每个驾驶员从看到黄灯到作出是否停车的决定所需的反应时间一致，由经验和统计数据得知 $t_1 = 1s$

刹车模型：将刹车过程看成抵抗摩擦力（摩擦力等于摩擦系数乘上汽车的重力）的过程，刹车效果可以用微分方程模型来反映。地面对汽车的摩擦力的方向与运动方向相反，所以可将刹车模型表示为含有初值条件的二阶常微分方程。

$$\begin{cases} \frac{W}{g}\frac{d^2x}{dt^2} = -\mu W \\ x(0)=0 \\ \frac{dx}{dt}\Big|_{t=0} = v_0 \end{cases} \tag{3}$$

其中 W 为汽车重量， μ 为路面摩擦系数， g 为重力加速度， x 为汽车刹车的距离，刹车距离就是从开始刹车直到速度为0时的行驶距离。

4. 以小组为单位，汇报总结模型的求解方案

第一组方案：直接用高等数学中求解二阶微分方程的方法，求解得：

$$\frac{dx}{dt} = -\mu g t + v_0 \tag{4}$$

$$x = -\frac{1}{2}\mu g t^2 + v_0 t \tag{5}$$

由初始条件 $\frac{dx}{dt}\Big|_{t=0} = v_0$ ，可得刹车所用时间 $t_0 = \frac{v_0}{\mu g}$ ，安全刹车距离为 $y = \frac{{v_0}^2}{2\mu g}$，$t_3 = \frac{y}{t_0}$，从而计算得黄灯亮灯的时间应为

$$A = t_1 + \frac{I+L}{v_0} + \frac{v_0}{2\mu g} \tag{6}$$

假设一般驾驶员的反应时间为1s，次主干道十字路口的平均宽度

$I = 15m$，车身长度 $L = 4.5m$ 。汽车平均质量 $W = 1300kg$，重力加速度 $g = 9.8m/s^2$. 假设晴天时沥青路面摩擦系数 $\mu = 0.6$，雨天时沥青路面摩擦系数为0.4，通过（6）式计算出不同法定速度时，黄灯应亮灯时间如下表1所示。

表1：不同沥青路面下黄灯亮灯的时间

法定速度（km/h）	干燥沥青路 A(s)	雨天沥青路面 A(s)	平均数
30	4.0486	4.4029	4.2258
45	3.6229	4.1544	3.8887
55	3.5755	4.2251	3.9003
65	3.6153	4.3830	3.9992
80	3.7671	4.7120	4.2396

通过实证调查和查阅文献资料，十字路口的黄灯的持续时间为3-5s，所以第一组学生解决问题的模型还是比较合理的。

第二组学生解决方案：利用数学实验软件 MATLAB，更加快捷方便的求解微分方程的解析解和数值解。将上述刹车模型（3），转换等价为

$$\begin{cases} \frac{d^2x}{dt^2} + \mu g = 0 \\ x(0)=0 \\ \frac{dx}{dt}\Big|_{t=0} = v_0 \end{cases} \tag{7}$$

解得

$$x = -\frac{1}{2}\mu g t^2 + v_0 t$$

从而计算得黄灯状态的时间为

$$A = t_1 + \frac{I+L}{v_0} + \frac{v_0}{2\mu g} \tag{8}$$

假设驾驶员反应时间为1s，十字路口的宽度 $I = 15m$ ，车身长度 $L = 4.5m$ ，汽车平均质量 $W = 1300kg$，摩擦系数 $\mu = 0.6$，

利用数学软件，得黄灯时间 A 在速度区间 [0,80] 的图像，

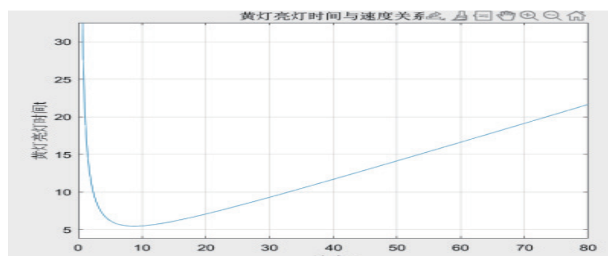

图2 黄灯时间变化图

可以看出黄灯应该亮的时间随速度呈现减小后再增加的趋势，易知时间存在一个最小值，可以将黄灯亮灯的时间取作最小的时间，从而得到司机是否前行。

对于黄灯时间表达式（6）式，利用初等数学中均值不等式

$$a + b \ge 2\sqrt{ab}$$

当 $v_0 = \sqrt{2\mu g)(L+I}$ 时， $A^* = \min A = 2\sqrt{(I+L)/(2\mu g)} + t_1$

计算得黄灯应持续亮灯时间为

$$A^* = 3.58(s)$$

在高等数学课堂上分组汇报问题解决方案，学生课下认真准备，课上积极发言和讨论。这种方式不仅可以强化学生之间的思想碰撞，开拓学生解决问题的思路，激发学生的创新意识，还能够让学生更加积极地参与到教学环节来，提升学习热情和兴趣。可见，问题导向式教学模式在《高等数学》课程中的运用，能够鼓励学生运用融汇贯通所学的知识，教会学生查阅文献资料。这种教学模式有着传统授课无可比较的优越性，吻合我国目前“四新”建设下的创新型人才的培养要求。

三、结论

在高等数学教学过程中高等数学与学科教学的融合是对学生

跨学科创新能力培养的一种探索。为了高等数学教学中能够促进学科融合性，可以加强学生实践创新能力培养，从而设计了案例式教学模式和问题导向式教学模式，对学生的学科实践能力和创新能力都有积极的作用。不过这种教学探索，也使得高等数学课程的任课教师面临更大的挑战，教师不仅要有专业的、高水平的数学知识，也要具有多学科的专业知识、丰富的知识储备和创新能力。

参考文献

[1] 蒋婷婷 . 提高高等数学教学质量的有效路径探究 [J]. 中国科技期刊数据库科研，2023(4)：4.

[2] 黄兴丰 . 数学案例教学论 [M]. 安徽教育出版社 ,2011.

[3] 王莉，王佳妮，李利平，等 . 面向新工科的 " 高等数学 " 课程思政线上线下混合式教学探索 [J]. 当代教育理论与实践，2025，17(1)：111-116.

[4] 吴其明 . 核心素养导向下基于问题驱动的教学思考——以 " 函数零点存在性定理 " 教学难点的突破为例 [J]. 数学教学通讯，2022(18)：3.

[5] 李琳 .《高等数学》课程教学过程创新性的研究 [J].Advances in Education，2025，15.

[6] 胡静波 . 高等数学 "PBL+ 模块化 " 教学模式探索 [J]. 山东省农业管理干部学院学报，2017(06)：34.

[7] 呼家源，唐俊，詹雨 . 跨学科协同育人理念下 " 做学问 " 教学法在 " 高等数学 " 中的研究与实践 [J]. 大理大学学报，2025，10(6)：25-31.

[8] 李雨沛，许　哲，华荣伟 . 人工智能背景下医学类高等院校《高等数学》课程的教学改革研究 [J]. 教育进展，2025，15(8)：4.

[9] 赵宇，黄金莹，刘春妍，等 . 新工科背景下高等数学课程思政教学案例体系的构建 [J]. 佳木斯大学社会科学学报，2025(8).

[10] 王国强，李倩，吴中成 . 产教融合视域下地方工科高校高等数学课程教学改革的探索与实践 [J]. 创新教育研究，2024，12(6)：462-471.

[11] 王彩玲，叶昕，杨柳 . 高等数学教学改革的探索与实践 [J]. 吉林广播电视大学学报，2024(6)：73-75.

