高三数学复习解题教学中的不足与改进策略

王雪春[1]，卢成[2]，林志永[3]
1. 安徽省合肥市第八中学，安徽 合肥 230071
2. 安徽省芜湖市繁昌区第一中学，安徽 芜湖 241200
3. 浙江省杭州二中白马湖学校，浙江杭州 310000
DOI:10.61369/EDTR.2025050006

摘　　要： 在高三数学复习阶段，解题教学容易出现依赖教辅、教法单一、就题论题、追求技巧等问题，导致学生思维深度不足，学习效率不高。本文以一轮复习公开课为例，探讨解题教学的优化策略。教师应精选例题和习题，避免题海战术，提高练习的针对性。在讲解过程中，要展现思维过程，让学生理解解题的逻辑，而非仅记忆步骤，拓展学生的思维广度，引导学生归纳解题方法，提炼数学思想，提升解题能力。通过优化教学策略，教师能更有效地培养学生的数学思维，使复习更高效，为高考做好充分准备。

关 键 词： 高三复习；解题教学；存在不足；改进策略

The shortcomings and improvement strategies in the teaching of senior high school mathematics review and problem solving

Wang Xuechun[1], Lu Cheng[2], Lin Zhiyong[3]
1. Hefei No.8 Middle School, Hefei, Anhui 230071
2. Fanchang District No.1 Middle School, Wuhu City, Anhui Province,Wuhu , Anhui 241200
3. Hangzhou No.2 Middle School, Baimahu School, Hangzhou, Zhejiang 310000

Abstract : During the senior year mathematics review phase, problem-solving instruction often suffers from over-reliance on teaching aids, monotonous pedagogical approaches, superficial topic analysis, and excessive focus on technical skills. These issues lead to insufficient depth of critical thinking and suboptimal learning efficiency. This paper examines optimization strategies for problem-solving instruction through a first-round review open-class demonstration. Teachers should carefully select example problems and exercises, avoid excessive drilling tactics, and enhance targeted practice. During explanations, instructors should demonstrate the logical reasoning process to help students grasp problem-solving logic rather than merely memorizing steps. By expanding students 'cognitive horizons, guiding them to summarize problem-solving methods, and distilling mathematical principles, teachers can effectively cultivate students' mathematical thinking. Through these optimized teaching strategies, educators can achieve more efficient review processes and better prepare students for the National College Entrance Examination (Gaokao).

Keywords : **senior three review; problem solving teaching; shortcomings; improvement strategies**

新高考背景下的数学考试，在选拔人才中具有特殊的地位和作用，其试题历来为大众关注。改变试卷结构，减少试题数量，降低计算量，创新试题设计，加强思维考查以及“反套路”“反二级结论”等导向，持续向中学数学教学释放信号，希望改变以练代讲的教学模式，重视基础概念教学，降低学生反复、低效刷题的负担[1]。数学解题教学是数学教学的重要活动之一[2]。解题教学，通过典型例题的解题研究，帮助学生完善对抽象的数学概念、定理和公式的理解；通过问题变式，促进学生合作探究，拓宽解题思路，积累解题方法，帮助学生提升思维能力，构建知识网络。因此，完善解题思路、获取解题方法和提升解题能力贯穿整个解题教学过程中，习题教学在高三复习阶段的数学教学中具有十分重要的地位和作用。聚焦新高考的解题教学应当充分关注新高考评价方式变革，减少盲目性，增强复习备考教学的针对性，发现解题教学中的不足，及时改进教学策略。那么，当前数学解题教学中，存在哪些问题，又如何实现教学策略改进呢？

作者简介：王雪春（1986.02-），男，汉族，安徽省长丰县人，本科硕士，研究方向：高中数学教学.。

 |

一、解题教学存在的不足

（一）依赖教辅，缺乏精选精练

有的教师不能根据学生的学业水平和学习能力精选例题，因而选择的例题缺乏典型性和适配性。有的教师不太关注目标，解题教学的针对性、计划性不强，过度强调一题多解，对于有的题目少则给出三四种方法，多则给出十几种方法，很少考虑这些方法能否被学生真正理解和吸收。有的教师缺少对通性通法的研究，热衷于讲授解题技巧和二级结论。有的教师在备课的时候花费大量时间精力去查找新题型、新解法，引导学生套路化解题。长此以往，必然会使得一部分学生解题思维僵化，缺乏灵活性，难以对问题进行深入分析。学生往往课上能听懂，但课后当题目稍有变化时就无所适从了。

高中数学复习是打基础、强能力的关键阶段，习题教辅虽有参考价值，但内容普适，难以贴合每个班级每个学生的实际水平与知识薄弱点。倘若教师过度依赖教辅资料，缺乏精选例题，千篇一律地照搬，会让复习课变成机械的习题演练，教学针对性不足，学生无法精准突破知识难点。

（二）教法单一，缺乏思维深度

高中数学的知识点很多，数学内容丰富而具有一定的逻辑性，学生若是采用死记硬背的学习方法则很难学好数学。 所谓“知之者不如好之者，好之者不如乐之者”，要想让学生学好数学知识，教师就要改变传统单一的教学形式，不断丰富课堂教学内容，采用多种教学手段开展数学教学，从而激发学生学习兴趣，让学生积极主动地探索数学知识，提高能力 [3]。

不少教师在解题教学中单纯解题，教法单一。教师没有鼓励学生分享解题思路，暴露思维过程，甚至有的教师为了追求教学进度，包办整个解题过程，学生无需动脑，没有思维参与，无法形成独立思考的能力，整个过程看似解题教学，实际上只是解题。

（三）就题论题，缺乏变式引申

部分教师只讲解当前题目特定解法，学生对题目的理解停留在表面，仅记住步骤却未领悟背后数学思想；缺乏对不同解题思路和方法的探索，难以提出新的见解和方法，不利于思维能力的培养；缺乏变式引申，学生仅能记住特定题目的解法，无法理解数学知识的本质和内在联系，习惯用固定模式解题，阻碍思维的灵活性和创造性。

变式教学的核心在于让学生在不同角度反复触碰同一内核，对同一问题的深入研究恰好体现了这种思路。若课堂仅局限于结论呈现与一次性示范，学生恐怕难以在后续数学问题中继续迁移所学知识。只有教师从学生认知规律出发，并在每个知识节点安插对应的变式与活动时，才能让他们在逐层递进中获得几何思维的多重升华 [4]。

（四）追求技巧，缺乏归纳提炼

典型例题的教学，部分教师为了开拓学生思维，一味注重一题多解。有些解法看似巧妙，但并不常规，不是通性通法。对这些不常规解法学生若只觉新颖独到，不明觉厉并且不得其法，“食而不化”，轻则效率低下，重则反受其害。

随着“数学核心素养”体系的推进普及，同学们成长聚焦于成为 “全面发展的人”。而“勤于反思”“善于总结”是“全面发展的人”中 “学会学习”的关键. 从高中生数学学习来看，养成这一习惯能助我们主动审视学习状态、积累经验，深度重组知识、提炼方法技能，还能依情境巧用数学思维解题。

二、典型例题教学片段

例（绵阳中学2024年高三上学期12月综合测试）记S_n为数列$\{a_n\}$的前n项和，$a_2=5$，$a_n=\frac{2S_n}{n}-3$.

（1）求a_1，并证明$a_n+a_{n+2}=2a_{n+1}$；

（2）若$b_n=\frac{a_n}{(n^2+n)^2}$，求数列$\{b_n\}$的前$n$项和$T_n$.

教师展示部分学生的解题过程：

（1）学生1:令$n=1$，则$a_1=2S_1-3=2a_1-3$，$\therefore a_1=3$，

因为$a_n=\frac{2S_n}{n}-3$，

所以$a_{n+1}=\frac{2S_{n+1}}{n+1}-3$，

作差可得$a_{n+1}-a_n=\frac{2S_{n+1}}{n+1}-\frac{2S_n}{n}$，不能继续化简 .

教师：学生1的解题过程为什么不能消去S_n？

学生2:因为S_n和S_{n+1}的系数不相同，由$a_n=\frac{2S_n}{n}-3$，得$2S_n-na_n=3n$，①

所以$2S_{n+1}-(n+1)a_{n+1}=3n+3$，②

②−①得$na_n-(n-1)a_{n+1}=3$，③

所以$(n+1)a_{n+1}-na_{n+2}=3$，④

③−④得$na_n+na_{n+2}=2na_{n+1}$，

所以$a_n+a_{n+2}=2a_{n+1}$.

学生3:由③得$\frac{a_{n+1}}{n}-\frac{a_n}{n-1}=3\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n-1}\right)(n\ge 2)$，

所以$\frac{a_3}{2}-\frac{a_2}{1}=3\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{2}\right)$

$$\frac{a_4}{3}-\frac{a_3}{2}=3\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)$$

…

$$\frac{a_n}{n-1}-\frac{a_{n-1}}{n-2}=3\left(\frac{1}{n-1}-\frac{1}{n-2}\right)$$

得$a_n=2n+1(n\ge 2)$，

$\because a_1=3$，

$\therefore a_n=2n+1(n\ge 1)$

所以$a_n+a_{n+2}=2a_{n+1}$.

学生4:由③得$\frac{a_{n+1}-3}{n}=\frac{a_n-3}{n-1}$，

所以$\frac{a_n-3}{n-1}=\frac{a_2-3}{1}=2(n\ge 2)$得$a_n=2n+1(n\ge 2)$，

$\because a_1=3$，

$\therefore a_n=2n+1(n\ge 1)$

所以$a_n+a_{n+2}=2a_{n+1}$.

学生5：由 (1) 知$a_1=3$，因为$a_n=\frac{2S_n}{n}-3=\frac{2S_n}{n}-a_1$得：$S_n=\frac{n(a_1+a_n)}{2}$，

所以数列$\{a_n\}$为等差数列，

所以$a_n+a_{n+2}=2a_{n+1}$.

教师：$S_n=\frac{n(a_1+a_n)}{2}$能得出数列$\{a_n\}$为等差数列吗？需不需要证明？

学生6：需要证明，$S_n=\frac{n(a_1+a_n)}{2}$，则$S_{n+1}=\frac{(n+1)(a_1+a_{n+1})}{2}$，

两式相减得：$(n-1)a_{n+1}-na_n+a_1=0$ ⑤

$na_{n+2}-(n+1)a_{n+1}+a_1=0$⑥

⑥－⑤得：$na_{n+2}+na_n-2na_{n+1}=0$，

所以$a_n+a_{n+2}=2a_{n+1}$.

（2）学生7：由(1) $a_n=3+(n-1)\times 2=2n+1$，

所以$b_n=\frac{a_n}{(n^2+n)^2}=\frac{2n+1}{[n(n+1)]^2}$，知道方法是用裂项求和，可是不知道如何裂项？

教师：常见的裂项求和有哪些？

学生：$\frac{1}{n(n+1)}=\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1},\frac{1}{n(n+2)}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+2}\right),\frac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}=\sqrt{n+1}-\sqrt{n}$ ...

教师：这些数列的通项b_n都可以归纳为怎样得一般形式？

学生8：$b_n=k(a_n-a_{n+1})$或$b_n=k(a_n-a_{n+2})$。

教师：若$b_n=k(a_n-a_{n+1})$，则前n项和S_n是什么？

学生9：$S_n=k(a_1-a_{n+1})$。

教师：本题中的通项$b_n=\frac{2n+1}{[n(n+1)]^2}$能否裂为$k(a_n-a_{n+1})$的形式？

学生10：$b_n=\frac{a_n}{(n^2+n)^2}=\frac{2n+1}{[n(n+1)]^2}=\frac{2n+1}{n^2(n+1)^2}=\frac{1}{n^2}-\frac{1}{(n+1)^2}$，

所以$T_n=\frac{1}{1^2}-\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^2}-\frac{1}{3^2}+\cdots+\frac{1}{n^2}-\frac{1}{(n+1)^2}=\frac{1}{1^2}-\frac{1}{(n+1)^2}=\frac{n^2+2n}{(n+1)^2}$。

变式 已知数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，$a_1=2$，$2^nS_n=(2^n-1)a_{n+1}$，

（1）求a_n；

（2）若$b_n=\frac{n+2}{(n^2+n)a_{n+1}}$，求数列$\{b_n\}$的前$n$项和$T_n$。

小结：

（1）消去等式中的S_n的前提：S_n的倍数为常数；

（2）数列$\{a_n\}$是等差数列的充要条件：

①定义法：$a_{n+1}-a_n=d$（常数）

②等差中项法：$a_n+a_{n+2}=2a_{n+1}$

③通项法：$a_n=pn+q$

④前n项和法：$S_n=\frac{n(a_1+a_n)}{2}$或$S_n=An^2+Bn$（常数项为0的二次型）

（3）裂项求和法的一般形式：若$b_n=k(a_n-a_{n+1})$，则$S_n=k(a_1-a_{n+1})$。

（4）列项法求和的常见几种形式（以题目形式呈现如下）：

类型一：$a_n=\frac{1}{(n+k)(n+p)}$型

例1 （新课标全国卷Ⅰ)S_n为数列$\{a_n\}$的前n项和. 已知$a_n>0$，$a_n^2+2a_n=4S_n+3$。

(1)求$\{a_n\}$的通项公式；

(2)设$b_n=\frac{1}{a_na_{n+1}}$，求数列$\{b_n\}$的前n项和。

角度二：$a_n=\frac{1}{\sqrt{n}+\sqrt{n+k}}$型

例2 已知函数$f(x)=x^a$的图象过点(4，2)，令$a_n=\frac{1}{f(n+1)+f(n)}$，$n\in\mathbf{N}^*$.记数列$\{a_n\}$的前n项和为$S_n$，则$S_{2016}$=（ ）

A.$\sqrt{2015}-1$　　B.$\sqrt{2016}-1$

C.$\sqrt{2017}-1$　　D.$\sqrt{2017}+1$

角度三：$a_n=\frac{n+1}{n^2(n+2)^2}$型

例3 正项数列$\{a_n\}$的前n项和S_n满足：$S_n^2-(n^2+n-1)S_n-(n^2+n)=0$.

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式a_n；

(2)令$b_n=\frac{n+1}{(n+2)^2a_n^2}$,数列$\{b_n\}$的前n项和为$T_n$.证明：对于任意的$n\in N^*$，都有$T_n<\frac{5}{64}$.

角度四：$b_n=\frac{2a_{n+1}}{(1+a_n)(1+a_{n+1})}$（$\{a_n\}$为等比数列）型

例4 （日照市高三3月模拟）已知数列$\{a_n\}$前n项和S_n满足：$2S_n+a_n=1$。

（Ⅰ）求数列$\{a_n\}$的通项公式；

（Ⅱ）设$b_n=\frac{2a_{n+1}}{(1+a_n)(1+a_{n+1})}$，数列$\{b_n\}$的前n项和为$T_n$，求证：$T_n<\frac{1}{4}$。

例5 （聊城市高三高考模拟（一））设S_n,T_n分别是数列$\{a_n\}$和$\{b_n\}$的前$S\in(n,n+1)$项和，已知对于任意$n\in N^*$，都有$3a_n=2S_n+3$，数列$\{b_n\}$是等差数列，且$T_5=25,b_{10}=19$。

（Ⅰ）求数列$\{a_n\}$和$\{b_n\}$的通项公式；

（Ⅱ）设$c_n=\frac{a_nb_n}{n(n+1)}$，数列$\{c_n\}$的前$n$项和为$R$，求使$R_n>2017$成立的$n$的取值范围。

角度五：分离常数型

例6（临沂市高三2月份教学质量检测（一模））已知数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，且$S_n=a_n+n^2-1(n\in N^*)$。

(I)求数列$\{a_n\}$的通项公式；

(II)定义$x=[x]+\langle x\rangle$，其中$[x]$为实数x的整数部分，$\langle x\rangle$为x的小数部分，且$0\le\langle x\rangle<1$，记$c_n=\left\langle\frac{a_na_{n+1}}{S_n}\right\rangle$，求数列$\{c_n\}$的前n项和$T_n$。

角度六：分奇偶裂为和型

例7(山东高考)已知等差数列$\{a_n\}$的公差为2，前n项和为S_n，且S_1，S_2，S_4成等比数列。

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式；

(2)令$b_n=(-1)^{n-1}\frac{4n}{a_na_{n+1}}$，求数列$\{b_n\}$的前n项和$T_n$。

三、解题教学改进策略

（一）精选例题习题，提高复习效率

高三复习阶段，时间紧，任务重，需要复习诸多知识点，探究诸多题型问题，若学生一味机械刷题，只会是低效率的重复，难以真正提升数学思维.教师应精选例题，充分分析题干信息，探索解题思路，明析解题过程，归纳思想方法，提高复习的有效性和针对性。本题第(1)题已知数列前n项和为S_n与a_n的关系，证明数列$\{a_n\}$满足$a_n+a_{n+2}=2a_{n+1}$，考查利用等式$a_n=\begin{cases}S_1,(n=1)\\S_n-S_{n-1},(n\ge 2)\end{cases}$，构造两式作差求解$a_n$；第(2)题考查裂项求和法求和，两小题是数列大题的常见题型，都是易考考点，也是易错点。

（二）暴露思维过程，重视过程性评价

解题教学中，学生善于思考的的氛围是教师在解题教学过程中营造出的一种鼓励思考、开放包容、强调互动、注重过程以及榜样示范的教学环境，不仅可以有效激发学生自身的反思性思维，还能促使学生主动沉浸式解题学习，为学生反思能力培养奠定良好基础。因此，为了在高中数学解题教学中培养学生的反思能力，教师需注重在整个课堂教学中营造解题反思的氛围 [5]。

解题教学教师应给予学生充分的时间思考、讨论、辨析，鼓励学生分享解题思路，暴露思维过程，给学生“试错”空间，投影其中的典型错误，要善于发现学生思维闪光点，并及时鼓励，增强学生的自信心。以“学生为主体，动态生成课堂”为契机，重视过程性评价，促进学生思维水平的提升。本题教师给学生充分的时间思考，暴露典型错误：(1) 目标为消去等式中的 S_n 但 S_n 的倍数没有化为常数，(2) 方法上知道用裂项求和但不清楚如何裂项，也展示出学生独立的思维过程 (学生5)，完善了学生对等差数列充要条件的认知 [6]。

在解题教学中，学生跟随教师的引导启发的积极思考和反思，不仅会系统梳理从审读已知条件到得出结论的每个步骤，检查是否存在逻辑关系不严谨的问题，还能及时发现解题中充分条件和必要条件混淆的逻辑错误，从而养成良好的逻辑思维习惯，提升逻辑思维能力. 反思教学主张指导学生一题多解，鼓励学生突破常规的解题方法去探索更多解法，该教学方式可培养学生的创新思维，促进学生解题思路增宽、加深，形成高阶思维。此时，学生会在深思后对题目条件、解法或结论等产生新的想法和见解，进而提出新问题，形成良好的数学探究能力。此外，学生在反思活动中也会接触到更多解题思路和方法，会在审视解法合理性的过程中思考各种解法的优缺点，进而培养、锻炼批判性思维 [7]。

（三）注重变式探究，拓展学生思维

随着数学教育的不断发展 ,逻辑思维能力的培养逐渐成为高中数学教学的核心任务之一 [8]。学生通过运用数学知识解决问题的过程，常常会经历观察发现、直观感知、空间想象、归纳类比、抽象概括、运算求解、演绎证明、数据处理等多个思维过程，这有利于学生发展理性思维. [9]

常规解题教学容易让学生形成固定思维模式，变式探究通过改变题目的条件、结论或呈现方式，从不同角度探究同一知识的变式，深化知识理解，培养灵活运用知识的能力，鼓励学生用多种方法解决同一问题，对比不同解法的优缺点，拓宽思维路径 . 本题展示了四种不同的证明等差数列的方法，拓展了学生的解题思路 . 通过变式训练，帮助学生加深对消去等式中 S_n 的方法和裂项求和法的理解，巩固本节所学知识，强化学习重点，明确思想方法。

四、结语

在高中数学习题教学课 的 学 习 进 程 中，对于同学们而言，总结教材内容、解题方法、数学思想并勤于反思知识构建是提升学习成效、培养良好学习习惯的重要途径。

学生经历了探究、展示解题思路的过程，解题教学完成后，教师要引导学生总结基本知识，提炼思想方法，注意易错点，培养学生总结反思的能力，让学生能够举一反三、触类旁通 . 本题通过总结反思，总结得出数列 $\{a_n\}$ 是等差数列的四个充要条件和裂项求和法的一般形式，反思消去 S_n 的典型错误，顺便对列项法求和给出几种常见的引申变式，拓展学生思维，完善知识体系和思想方法，提升数学核心素养 [10]。

引导学生自主绘制思维导图，开启知识梳理之旅。课后，同学们依据课堂所学知识、方法、思想，自主尝试绘制思维导图。同学们要深入教材、课堂的例题、习题的各个角落，挖掘知识点、归纳方法，并将其按照内在逻辑串联，构建属于自己的知识、方法、思想的体系框架。

参考文献

[1] 赵轩 , 翟嘉祺 , 郭淑媛 . 高考数学科面临的关键问题与解决路径 [J]. 课程・教材・教法 ,2024,44(6):147-151.
[2] 段志贵 , 曹雨花 . 新高考背景下数学解题教学的应然追求、实然样态与使然路向 [J]. 江苏教育 ,2025,7:7-11.
[3] 宋芳 . 勤于反思善于总结——以初中数学单元复习为例 [J]. 现代中学生 (初中版),2025,(02):7-8.
[4] 陆颖 . 基于过程性变式教学的初中数学单元设计——以“函数”单元为例 [J]. 上海中学数学 ,2024,(11):30-33.
[5] 罗亮 . 高中数学解题教学中学生反思能力的培养策略探究 [J]. 数理化解题研究 ,2023,(15):50-52.
[6] 潘小明 . 关于数学解题思维的基本认识 [J]. 教育与教学研究 ,2017(10).
[7] 李 娜 . 高中数学文化题的解题教学——以数列问题为例 [J]. 新课程教学 ,2021,10:146-147.
[8] 王开江 . 高中数学解题教学中逻辑思维的培养——以数列解题教学为例 [J]. 数理化解题研究 ,2023,27:8-10.
[9] 钟新冬 . 问题引导 巧搭支架——以“等差数列”解题教学为例 [J]. 数理化解题研究 ,2023,21:11-13.
[10] 吴文军 . 高中数学解题教学中逻辑思维的培养——以数列解题教学为例 [J]. 数理天地 (高中版),2025,4:117-118.

