

基于数据测量和对比分析的教学设计 ——以“用相似三角形解决实际问题”为例

曹晓荣

东台市实验中学, 江苏 盐城 224200

摘 要 : 本文以苏科版九年级下册“用相似三角形解决问题”为例, 设计了一项基于数据测量和对比分析的初中数学项目化学习活动。通过结合物理、地理等跨学科知识, 学生以家乡名胜“海春轩塔”高度测量为真实情境, 开展四项探究活动: 测量和搜集不同条件下物体的影长与物高比值、分析平行投影性质、利用 GeoGebra 模拟验证规律, 最终建立相似三角形数学模型解决实际问题。

关 键 词 : 应用意识; 项目化学习; 初中数学; 相似三角形; 跨学科整合

Teaching Design Based on Data Measurement And Comparative Analysis - Taking "Solving Practical Problems with Similar Triangles" as an Example

Cao Xiaorong

Dongtai Experimental Middle School, Yancheng, Jiangsu 224200

Abstract : This paper designs a project-based learning (PBL) activity for junior high school mathematics based on data measurement and comparative analysis, using the example of "Solving Problems with Similar Triangles" from the Grade 9 textbook of Jiangsu science and technology publishing house. By integrating interdisciplinary knowledge of physics and geography, with the measurement of the height of a local landmark, the "Haichuanxuan Pagoda," students carry out four exploratory activities: measuring the ratio of object height to shadow length under different conditions, analyzing the properties of parallel projection, validating patterns using GeoGebra simulations, and ultimately, establishing a mathematical model of similar triangles to solve real-world problems.

Keywords : application awareness; project-based learning; junior high school mathematics; similar triangles; interdisciplinary integration

引言

2022年版新课标指出在初中阶段就要重视培养学生的应用意识和创新意识, 指出应用意识主要是指有意识地利用数学的概念、原理和方法解释现实世界中的问题。指出跨学科项目式学习活动是增强学生应用意识的良好载体。初中数学教学过程中, 教师需引进项目式课程, 有效跨学科融合, 打造多元化的学习项目, 结合丰富的研学活动, 带动学生进行拓展性学习探究, 使学生的数据分析观念和应用意识得到加强, 学生的数学核心素养得到提升^[1]。

一、内容分析

(一) 教学背景

本节课内容是在学生已经掌握了全等、相似三角形的性质, 经历过几何图形在实际生活中的应用, 且拥有了数学建模经验的条件下, 进一步体验从实际生活中抽象出数学问题, 将生活问题

过渡到数据建模, 经历探究相似模型中严密的比例运算, 找到解决实际问题的方法^[2]。

(二) 教学目标

- 认识平行投影, 并会根据平行投影画图, 利用平行投影下物高与影长的关系原理进行相关测量和计算;
- 通过对实际问题的研究, 进一步建立“相似三角形”模

项目/基金信息: 江苏省“十四五”教育科学规划重点课题——多源数据融合技术在义务教育评价改革中的应用研(XC-b/2021/13)。

作者简介: 曹晓荣, 中共党员, 教育硕士, 东台市实验中学中学一级数学教师, 盐城市教学能手, 东台市优秀教育工作者, 获盐城市优质课一等奖, 基本功竞赛一等奖, 先后开设省级市级公开课, 讲座等十余次, 先后在省级期刊发表论文十余篇。

型，从而解决问题；

3.通过在生活情境中经历发现问题、提出问题、分析问题和解决问题的过程，培养抽象能力、模型观念和应用意识^[3]。

二、教学设计

（一）情境导入

海春轩塔为东台西溪旅游观光主要景点之一，数学课外兴趣小组来到西溪景区参观海春轩塔，发现海春轩塔的塔内为空，无楼梯可上，发现海春轩塔的高度不可直接测量^[4]。

师：你有没有办法得到海春轩塔的高度？（学生提供多种方法）

师：我们来看看数学兴趣小组是用什么方法测量塔高的？

兴趣小组成员回答：我们发现可以测量的只有塔底的周长，太阳光照射下塔形成的影子的长度。于是提出猜想：塔的影子长和塔高有没有一定的数量关系呢？

为了探究这个猜想，我们查阅了相关资料，了解了一些相关的知识。

问题1：影子是如何产生的？

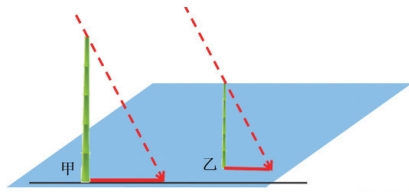
问题2：太阳光为何看起来是平行的？

（二）活动生悟^[5]

问题3：如何画平行光照射下竹竿的影子？

同学们，看到这张图你会想到哪个成语？立竿见影！

（活动一）某一时刻，甲竹竿在阳光下的影长如下图所示，你能画出此时乙竹竿的影子长吗？（用线段表示）



（小组讨论，合作完成，组长进行组内巡查点评，再拍照上传，进行组间点评，再由学生总结平行投影的画法）

师：通过画图，你有什么发现？

问题4：平行光照射下物高和影长的比值受哪些因素的影响？

师：我们数学兴趣小组针对这个猜想已经做了相关项目式活动，收集了相关数据。

下面有请兴趣小组组长汇报项目活动情况。

项目一：太阳光照射下，同一时刻，同一地区，不同物体竖立于地面，测量物长和影长。



8:00	竖直物体长（cm）	20	14.3	19.5	19	14.5
	影长（cm）	36	26	35	34	26
	比值	0.555555556	0.55	0.557142857	0.558823529	0.557692308
11:00	竖直物体长（cm）	15	19	14.7	11.7	7.5
	影长（cm）	9	11.4	8.8	7	4.5
	比值	1.666666667	1.666666667	1.670454545	1.671428571	1.666666667

第一小组汇报：我们小组成员在东台市区上午8:00测量不同物体的物高和影长，得出一组实验数据，到了11:00再次测量不同物体的物高和影长，得出第二组数据，由这两组数据我们得出猜想：太阳光照射下，同一时刻，同一地区，不同竖直物体的物长和影长的比值相同。

项目二：太阳光照射下，同一时刻，同一地区，不同物体斜立于地面，测量物长，垂直距离和影长。



8:00	竖直物体长（cm）	20	14.3	19.5	19	14.5
	影长（cm）	36	26	35	34	26
	比值	0.555555556	0.55	0.557142857	0.558823529	0.557692308
8:00	斜放物体长（cm）	14.7	7	22.5	17.6	8.1
	物高（cm）	11.5	6	19.5	14.5	6.2
	影长（cm）	20.6	10	35	26	11
	物长与影长比值	0.713592233	0.7	0.642857143	0.676923077	0.736363636
	物高与影长比值	0.558252427	0.6	0.557142857	0.557692308	0.563636364

第二小组汇报：在第一组实验中，有些同学的实验数据误差很大，小组成员分析原因时发现，原来部分同学将物体斜放在地面，不是竖直放置的。于是我们猜想：不同物体是物高与影长成比例！于是我们让斜放物体的同学测量影子长度的同时，也要测量物体的垂直距离和水平距离！发现垂直距离与实际影长的比才接近同一时刻竖直放置的物长与影长的比。从而得到猜想：太阳光照射下同一时刻，同一地区，不同物体的物高和影长的比值相同。

10: 00	新疆伊犁			陕西耀州			北京		
竖直物体长 (cm)	26.2	135.8	165	14	18	27	14.3	13.8	16
影长 (cm)	75	392	465	15	19	29	15.8	15	17.5
比值	0.34933	0.346428	0.35483	0.933333	0.947368	0.93103	0.90506	0.92	0.91428

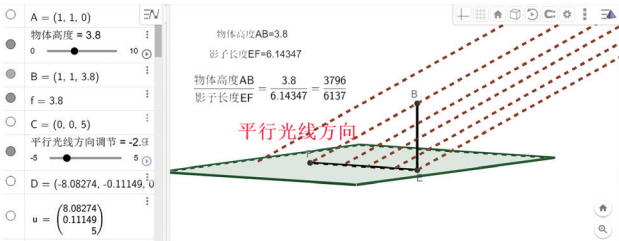
地区	冬至日正午 12: 00	
	太阳高度角	物高 / 影长
乌鲁木齐	22.5度	0.414
西藏拉萨	37.5度	0.767
陕西耀州	31.5度	0.613

第三小组汇报：我们结合地理知识，觉得同一时刻不同地区的物高与影长比值可能不同，于是就联系了新疆，耀州，北京的网友，请他们在同一天的上午10:00用不同的物体测量影长和物高，收集实验数据，发现三个地区的物高与影长的比值差异很大。但有同学提出这个10:00严格来说不算三个地区同一时刻，为了体现同一时刻，同学们又从网上搜索了乌鲁木齐，耀州，拉萨三个地区冬至日正午12点的太阳高度角以及物高与影长的比值，因为冬至日太阳直射南回归线，此时北半球各地正午太阳高度角达到一年中的最小值。

通过查找资料我们发现：纬度越高的地区，正午太阳高度角越小，影子就越长，因此物高与影长的比值也就越小。

从而得到猜想：在平行光的照射下，在同一时刻，同一地区，不同物体的物高与影长成比例。

项目四：利用 GeoGebra 模拟平行光照射下，同一时刻，同一地区，不同物体竖立于地面，物高与影长的关系。



第四小组汇报：由于前面三个小组的实验数据都是有限的，为了体现数据的无限性，我们利用 GeoGebra 模拟平行光照射，用模拟数据得出同一时刻，不同物高与影长的比值是定值，而不同时段或不同地区，太阳光角度不同时，相同物体竖立于地面，物高与影长的比值不同。

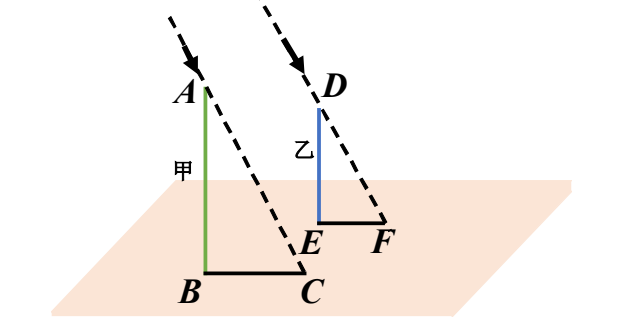
（活动二）师：你能用学过的知识证明物高与影长之间的定量关系吗？

项目三：太阳光照射下，同一时刻，不同地区物体竖立于地面，测量物长和影长。



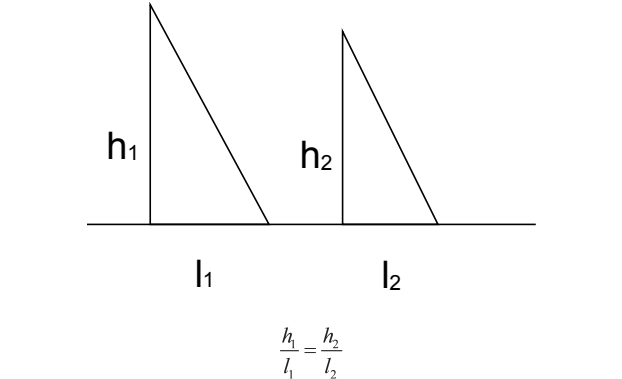
（小组讨论，组内互评，请学生板书，教师点评）
生：我们可以用数学模型——相似三角形来证明。

【分析】建立如图所示的模型，
 $\because AC \parallel DF, \therefore \angle C = \angle F, \because \angle B = \angle E = 90^\circ,$
 $\therefore \triangle ABC \sim \triangle DEF, \therefore \frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF}, \text{ 即 } \frac{AB}{BC} = \frac{DE}{EF}.$



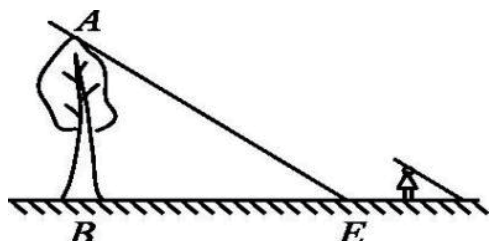
【结论】在平行光的照射下，在同一时刻，同一地区，不同物体的物高与影长成比例。

符号语言：由平行投影的性质得：



- （三）应用生效
1. 数学课外兴趣小组来到黄海森林公园，身高为1.5m的小华在阳光下的影长为2.1m，此时她身后一棵水杉树的影长为10.5m，则这棵水杉树高为（ ）
A. 7.5m B. 8m C. 14m D. 15.75m
 2. 数学课外兴趣小组测得一棵水杉 (AB) 的高度为7.5m，下午某一个时刻它在水平地面上形成的树影长 (BE) 为10m，小组成员

想要站在这棵树下乘凉，身高为1.5m小丽最多离开树干 ____m 才可以不被阳光晒到。



3. 数学课外兴趣小组在测量同一时刻的物高和影长时，测得等腰三角尺的影长为50cm，等腰三角尺的高60cm，底34cm，算出物高与影长比值为1.2，小组其他的测量数据算出同一时刻物高与影长的比值为0.9，你知道他们哪里出了问题吗？



师：最后，我们回到开始兴趣小组提出的问题，请问你有什么办法测量海春轩塔的高度吗？

4. 小睿在阳光下，测量出海春轩塔在地面上的影长为13m，同一时刻，测得直立于地面长1m的木杆的影长为0.8m.通过测量算出塔的底层直径为7.2m，则海春轩塔的高度为____m.（精确到0.1m）



（四）课堂小结

通过整个项目式学习过程，你有哪些收获^[6]？

三、结语

通过项目式的方式研究平行投影，使学生深入理解数学知识，提升他们的数学素养，培养了他们的探究能力和创新精神，同时将数学知识与其他学科相结合，增强学生的跨学科整合能力和应用能力，学生经历合作探究、大胆质疑、交流创新，培养学生的团队合作精神和沟通能力，通过丰富的学习资源探寻不同视角，多维度思考，适时地利用现代信息技术，进而探究得到物高与影长的关系，真正体会用数学的眼光发现生活规律的乐趣，培养用数学的思维思考解决现实世界中问题的能力，增强了学生的应用意识^[7]。

参考文献

- [1] 中华人民共和国教育部，义务教育数学课程标准（2022年版）[S].北京：北京师范大学出版社，2022，1-128页.
- [2] 刘春江，聚焦模型观念的初中数学项目化学习——以“嫌疑人X的现身”为例[J]. 上海课程教学研究，2023(09)，40-46页.
- [3] 李新菊，HPM视角下渗透数学建模思想的教学设计——以“相似三角形的应用”为例[J]. 数学教学通讯，2022（06），26-28页.
- [4] 孙卫波，以活动为载体 践行学科融合——以六年级“节约用水”主题活动为例[J]. 云南教育（小学教师）2024(07)，55-57页.
- [5] 杨梅芳，在阅读中感悟数学[J]. 教育研究与评论（中学教育教学）2012(02)，34-38页.
- [6] 陈武惠，“综合与实践”的教学路径探究——以“设计遮阳篷”为例[J]. 中学数学教学参考 2023(12)，11-13页.
- [7] 朱静安，“双减”背景下初中数学作业的优化设计策略初探[J]. 中学数学教学参考 2024(06)，76-78页.