

基于 SOLO 分类理论的高中生统计推理思维结构研究

石文静

深圳市第二高级中学，广东 深圳 518055

摘要：统计推理是国际公认的统计学习目标之一，在我国新课程中也受到了重视。本研究结合 SOLO 分类理论和统计推理的 6 种类型编制了统计推理调查表。通过对五所学校 300 名高中生的测试和数据分析，得到了高中生在统计推理容易出现的错误观念，对高中生统计推理思维结构的不同层次作了描述，并提出了相关教学建议。

关键词：高中生；统计推理；SOLO 分类；思维结构

Research on the Statistical Reasoning Thinking Structure of High School Students Based on SOLO Classification Theory

Shi Wenjing

Shenzhen Second Senior High School, Shenzhen, Guangdong 518055

Abstract : Statistical reasoning is one of the statistical learning objectives which received internationally recognition. It has also been attention in the country's new curricula. I worked out the "Questionnaire of statistical reasoning" with SOLO taxonomy and six correct types of statistical reasoning. Through the testing of 300 students of 5 high schools and data analysis, I draw the following conclusions: some incorrect types statistical reasoning of high school students, descriptions of high school students at different levels of statistical reasoning, and the recommendations of the statistics teaching.

Keywords : high school students; statistical reasoning; SOLO classification; thinking structure

一、问题提出

统计是 20 世纪以来发展最迅速、应用最广泛的学科。1997 年，Gal 和 Garfield 总结了一个目前得到广泛认同的统计学习目标，其中包括发展统计推理 (statistical reasoning)^[1]。《普通高中数学课程标准（2017）》提出高中数学六大学科素养中包含了数据分析素养，包括获取数据，并运用数学方法对数据进行整理、分析和推断，形成关于研究对象知识的素养^[2]。其中对数据的分析和推断就是统计推理的部分内容。

综上，本研究希望通过探究高中生统计推理思维结构，从而发现高中生在统计推理时易出现的错误观念，并对统计教学提出一些建议。

二、研究框架

本研究主要运用量表测量法考查高中生各类统计推理的思维结构水平。量表设计理论基础如下：

（一）统计推理的 6 种类型

美国科学促进协会 (AAAS) 出版了名为《科学素养的基本准则》的一本书，细化了统计推理中的正确类型，包括（1）关于数据的推理（2）关于描述数据的推理（3）关于统计测量的推理（4）关于不确定性的推理（5）关于样本的推理（6）关于联合的推理^[3]。

（二）SOLO 分类基本理论

统计推理的评价强调过程和思维，要求精心设计出适合能

区分思维层次评价的测试题。SOLO 分类是 Structure of the Observed Learning Outcome 的英文首字母缩写，意为“可观察到的学生学习结果的结构”，由比格斯和科利斯于 1982 年提出，在评价中得到广泛应用。他们将这个结构分成了 5 个层次：（1）前结构水平 (Pre-structural level, 以下简称 P 水平)（2）单一结构水平 (Uni-structural level, 以下简称 U 水平)（3）多元结构水平 (Multi-structural level, 以下简称 M 水平)（4）关联水平 (Rational level, 以下简称 R 水平)（5）扩展抽象水平 Extended Abstract level, 以下简称 E 水平^[4]。

三、研究过程

（一）量表编制

本研究以统计推理的 6 个类型为维度，结合 SOLO 分类理论编制了《统计推理调查表》。

表 1 统计推理调查表维度分布表

统计推理的类型	对应题号
(1) 关于数据的推理	4
(2) 关于描述数据的推理	20
(3) 关于统计测量的推理	1, 17
(4) 关于不确定性的推理	2, 3, 8, 9, 10, 11, 13, 14, 18, 19
(5) 关于样本的推理	6, 7, 12, 15
(6) 关于联合的推理	5, 16

本量表对每一道题各选项都依据 SOLO 分类理论，结合高中

生所处的认知发展功能方式以及反应的思维结构层次给出了一个预设的描述性水平指标。以下以一道题为例，解释设定水平指标的原因。

例（量表第13题）：一枚骰子有5面涂成黑色，一面白色。抛掷6次，下面哪种情况最有可能发生？（ ）

- A. 5次黑色朝上，1次白色朝上 B. 6次黑色朝上 C. A和B可能性相同

本题属于类型4，是关于不确定性的推理。

选择B选项的学生看到情境中骰子有5面是黑色，仅1面白，就推断出黑色朝上的可能性大，反应水平为U水平。选择C选项的学生认为虽然黑色的面多一些，但是多次抛掷，各种可能都有。这些学生的反应包括了多个彼此分离的线索，但是不能做出有机整合，反应水平为M水平。选择A选项的学生从整体上把握了整个情境：虽然单次抛掷黑色朝上的可能性大，但多次抛掷各种可能性都有，并会比较A、B两个选项的可能性。A包含六个样本：第1次抛掷白色朝上，第2次抛掷白色朝上……第6次抛掷白色朝上。而B选项仅包含一个样本，所以总的来说A选项的可能性大。选择此选项的学生反应水平为R水平。

（二）发放量表及数据分析

本研究采取试测和正式测试，试测选取了两个班100名同学，试测后经过数据处理和量表修正之后，选取了5所学校的300名学生正式测试，当场用30分钟完成后回收调查表。

用Excel软件录入数据。用数字1、2、3、4、5、6分别代表A、B、C、D、E、F各选项。所以虽然卷面有20道题，但作为56道题录入。录入数据后，根据SOLO分类水平，利用Excel、SPSS15.0统计预设的描述性水平，根据Rasch模型的Quest软件统计学生的数量化水平。

（三）测试结果分析

1. 高中生在6个类型的统计推理中的描述性水平

表2 统计推理中6种类型的学生表现

	类型1	类型2	类型3	类型4	类型5	类型6
P水平			2.60%	1%	5.62%	7.26%
U水平	8.50%	14.70%	33.00%	21.10%	28.70%	27.14%
M水平	74.40%	83.70%	64.40%	58.90%	54.62%	28.72%
R水平	17.10%	1.60%		19.00%	11.06%	36.48%

其中类型3主要涉及平均数等统计量的选用，对于高中生比较容易，所以最高级别是M水平。可以看到学生对于类型3和类型6的统计推断思维层次更高，对于类型2的统计推断思维层次最低。

2. 高中生统计推理中的主要错误观念：

仔细研究每道题的作答情况，从中整理出错误比例高于10%的错误观念，按下面四个方面总结：

（1）有关统计量的错误观念

表3 有关统计量的错误观念

错误观念	对应题号及错误比例
在计算均值时不考虑极端数据的情况	1C(13.4%), 15F(50%)
把平均数与众数混淆	17E(19.5%)
把平均数和中位数混淆	4F(41.8%), 17A(17.1%)

（2）有关统计图的错误观念

表4 有关统计图的错误观念

错误观念	对应题号及错误比例
错误选用统计图	4B(39.4%)
统计图视觉上的误解	20B(10.2%), 20D(50.4%)

（3）有关抽样方法的错误观念

表5 有关抽样方法的错误观念

错误观念	对应题号及错误比例
好的抽样必须占总体的大比率。 样本的大小和如何选取并不重要，但在总体中所占比率大的就是好样本。	7B(22.4%), 7C(39%), 16A(22.4%), D(22.8%)
只有两小组成员的数目相同时才能比较。	6A(42.3%)

（4）有关可能性推理的错误观念

表6 有关可能性推理的错误观念

错误观念	对应题号及错误比例
结果定向性。学生使用概率的直觉模型，这导致他们在做是非判断时只关注单个事件而非事件序列。	3A(20.3%), 3B(10.2%), 11A(16.3%), 11D(13.0%), 12C(13.8%), 13B(28.5%)
小数定律。小样本与其所在的总体应该相似，所以更喜欢把小样本作为推断和概括的根据。	12A(10.6%), 14C(58.9%)
代表性错误。估计事件的可能性只取决于它和总体的相似度（例如：认为连续扔硬币，正反交替出现的可能性要比正多反少的可能性大）。	9B(23.6%), 9D(12.2%), 10E(14.6%), 11C(25.2%)
等可能偏见。不等机会的事件被看成发生机会相同如：认为同时投掷两枚骰子，出现一个5点一个6点的可能性和出现两个5点的可能性相同）。	13C(45.5%), 18A(63.4%), 19D(64.6%)

3.高中生统计推理的思维层次

根据数据分析，结合描述性水平和数量化水平，得到下面的思维结构层次描述表。SOLO分类理论中P水平（前结构水平）即为完全无关不合逻辑的回答，而E水平（扩展抽象水平）在选择题调查表中不能体现，所以下表中不对这两个水平作特别描述。

表7 高中生统计推理思维结构层次描述表

思维层次	描述
U水平	不能判断数据类型，对数据的认识仅停留在数值大小，不能判断数据定性的还是定量的，离散还是连续的。容易受到统计图视觉上的直观误导。认为相关性导致因果，对于两个有相关性的事件，简单的认为改变其中一个事件，一定能改变另一个事件。
M水平	会计算平均数，在简单的情境中可以排除极端值的干扰。仅关注平均数，在该使用众数、中位数的情况下，也使用平均数进行推理。在描述具体数据时，在几个统计图中可能会做出不适当的选择。不仅仅从统计图直观上作出推断，而会认真分析统计图的数量关系，得出正确的结论。理解概率值为事件发生的可能性大小，但倾向于认为概率大的事件就应该发生。可以在简单的情境中估计事件的可能性大小，但在重复实验或实验序列中，估计事件的可能性只取决于它和总体的相似度。知道使用样本频率推断总体概率。理解大样本的重要性，知道一个大的、选择合适的样本能更准确的代表总体；对于基于小样本的推断采取小心谨慎的态度。理解相关性和因果关系的区别。对随机抽样理解不深刻，担心会偶然的造成两组的不平均。

思维层次	描述
R水平	会在重复实验序列中判断事件的可能性和不可能性，并初步具备样本空间的意识和概念。理解抽样的可变性。理解抽样过程以及了解大、小样本的效果，能推断出小样本更有可能违反总体的特征。

四、对高中统计教学的启示

本研究得到的学生在统计推理中易犯的错误是教师教学的素材。教师应该在进行相关教学内容时将其作为重难点，有意识的给学生创设一些易错的情境，在学生出现错误后，教师再纠正，加深他们的理解和体会。

本研究得到的高中生统计推理思维结构层次描述表描述了处于不同思维结构层次的学生会做什么推理，在什么推理时会出现困难。教师应该在统计教学中给学生更多机会阐述自己的思维过程，并用高一层次的思维方式引导学生，让学生慢慢体会自己思维的局限性，进而使他们的思维层次向更高水平发展。

研究中还发现学生对真实的统计过程体验不深。如“抛硬

币”是概率统计教材中的经典案例，在小学中就要求学生亲身体验这一统计过程。但是学生对这几道题的回答并不尽如人意，很多学生认为，抛五次硬币，出现“正反正反正”这样的序列比“正正正反反”的可能性大。很多学校和教师为了节约时间，不给学生体验统计过程的机会。可是，统计与其他的知识不同，它与我们的生活密切相关，很多学生在上课之前就对它有自己的直观认识，而其中有一部分就是错误的。只有让学生亲身体验统计过程，在实际情况与他们的错误直觉产生认知冲突时，再经过教师的引导，才能逐渐的让学生克服先前的错误直觉和观念。

教师还应尽可能的让学生接触实际案例。学生接触到的统计图都是标准的、设计好的。其实统计图存在于我们生活之中，如第20题中的统计图就是笔者从报纸中摘下来的。但是大部分学生在这个纵坐标起点不是0的统计图面前落入了“陷阱”。而生活中，报纸杂志上的广告或者一些新闻报道经常用这样的统计图来夸大其词，误导人们。教师应该利用课堂或课下的机会，让学生接触真实的案例，才能加深他们对统计这门学科的认识和对一些统计概念的理解，提高作为现代人的一项基本素养——数据分析。

参考文献

- [1]Gall, I. & Garfield, J. (Eds.). The assessment challenge in statistics education [M/OL]. Amsterdam: IOS Press, 1997.
- [2]中华人民共和国教育部. 普通高中数学课程标准(2017年版) [M]. 人民教育出版社, 2018.
- [3]American Association for the Advancement of Science. Benchmarks for Science Literacy [M]. New York: Oxford University Press, 1993.
- [4]Biggs, J. B. & Collis, K. F. Evaluating the Quality of Learning: the SOLO Taxonomy [M]. New York: Academic Press, 1982.