

基于雨课堂和 BOPPPS 教学模式的 复变函数与积分变换课程教学设计 ——以“幂级数”为例

李凤萍

河南理工大学 数学与信息科学学院, 河南 焦作 454000

摘 要 : 本文以“幂级数”为例, 探索 BOPPPS 教学模式在复变函数与积分变换课程中的具体应用。教学实践表明, 运用该教学模式能有效调动学生学习的积极性, 提升学生课堂的参与度; 通过前、后测, 教师及时了解学生的学习状况, 实时调整教学进程。

关 键 词 : 复变函数与积分变换; BOPPPS 教学模式; 幂级数

Teaching Design for Complex Variables and Integral Transforms Based on Rain Classroom and BOPPPS Teaching Model —— Take Power Series as an Example

Li Fengping

School of Mathematics and Information Science, Henan Polytechnic University, Jiaozuo, Henan 454000

Abstract : This paper explores the specific application of the BOPPPS teaching model in the course of Complex Function and Integral Transformation and give the teaching design of power series. Teaching practice shows that the use of this teaching mode can effectively stimulate students' enthusiasm.

Keywords : complex functions and integral transforms; BOPPPS teaching model; power series

一、复变函数与积分变换课程教学现状

复变函数与积分变换分成两个部分: 复变函数和积分变换。复变函数是讨论复数之间的相互依赖关系, 主要研究对象是解析函数。积分变换是通过积分运算把一个函数变成另一个函数^[15]。复变函数与积分变换广泛应用于理论物理、弹性力学、自动控制学等, 是物理、力学、自动化、测控等专业的基础必修课。

近年来, 随着现代化技术的提高, “MOOC” “微课” “混合式教学”、现代化教学平台进入了课堂。文献 [1-4] 进行了复变函数与积分变换课程的教学改革; 文献 [5-9] 进行了复变函数课程思政的研究; 文献 [10-11] 讨论了幂级数的应用。但是, 笔者发现复变函数与积分变换教学仍然存在如下问题:

(一) 教学模式单一。传统的教学, “PPT+ 黑板” “满堂灌” 等仍然出现在课堂上。笔者所在的学校是大班 (120—150 人) 上课的, 如果没有现代化教学工具的支持, 教师不能及时了解到学生的学习状况。

(二) 学生参与度较低。在教学过程中, 教师一个唱, 互动的学生不多, 学生的参与度不高, 久而久之, 学生人在教室, 心

在外, 教学效果不理想。

(三) 学生获得感较低。传统教学以数学定义、性质、定理等方式呈现, 学生不了解知识的发生发展过程; 传统的数学教材中很少举实际例子, 这样学生不知道这些知识和后续课程之间的联系, 学习的获得感较弱, 学习动力不足。

二、BOPPPS 教学模式简介

基于教学中存在的问题, 笔者在教学中进行了教学改革, 将 BOPPPS 教学模式引入教学中。下面简单介绍 BOPPPS 教学模式。BOPPPS 教学模式最早是由加拿大哥伦比亚大学的 Douglas Kerr 于 1978 年提出的。该模式主要有六个教学环节: 导言 (Bridge-in)、学习目标 (Objective)、前测 (Pre-assessment)、参与式学习 (Participatory learning)、后测 (Post-assessment) 和总结 (Summary)。各环节的任务如下:

导 入 引起学生 兴趣	学习 目标 学生清楚学习 目标、重难点	前 测 了解学生的先备 知识和预习效果	参与式学习 学生积极 参与教学	后 测 检测学生对教学 内容的掌握情况	总 结 对知识点 进行总结
-------------------	---------------------------	---------------------------	-----------------------	---------------------------	---------------------

基金项目:

2024 年河南省高等教育教学改革研究与实践项目 (2024SJGLX0286);

2023 年河南理工大学课程思政样板课程《复变函数与积分变换》(2023XJKCSZ09);

2024 年河南理工大学成人高等教育在线开放课程《复变函数与积分变换》。

作者简介: 李凤萍 (1980—), 女, 山西晋中人, 讲师, 主要研究方向: 偏微分方程。

三、利用雨课堂和 BOPPPS 教学模式的“幂级数”的教学设计

针对教学现状，以学生为中心，结合雨课堂现代化教学平台，将 BOPPPS 教学模式应用于“幂级数”中，具体设计如下。

(一) 导言

幂级数是复变函数与积分变换课程中重要的一个知识点，也是今后自动化、电气、测控、计算机等专业学习专业课程的基础。幂级数在自动控制原理^[12]、数字信号处理^[13]等课程中有着重要应用，那么，什么是复变函数课程中的幂级数？复变函数中的幂级数和高等数学中的幂级数有什么样的联系和区别？

(二) 学习目标

- 1. 知识目标：理解幂级数的概念；理解阿贝尔定理；掌握幂级数收敛半径的计算；
- 2. 能力目标：通过将高等数学中的幂级数和本课程中的相比较，学生学会用类比法进行学习；
- 3. 价值目标：通过讲述数学家阿贝尔故事，鼓励学生勇攀知识高峰。

(三) 前测

利用“雨课堂”试题测试学生对高等数学中已经学过的、与本节课相关知识的情况，知识点包含幂级数的定义、收敛半径的求解方法、二元函数的定义等，为本节课的学习做好铺垫。

(四) 参与式学习

1. 类比教学引概念

在讲解复变函数与积分变换中的幂级数时，可由同学们熟知的高等数学中的幂级数概念类比引入。在高等数学^[14]中，称

$$\sum_{n=0}^{+\infty} a_n x^n$$

为幂级数。将上式中的变量 x 换成 z 便得到复变函数与积分变换^[15]中的幂级数。

$$\sum_{n=0}^{+\infty} a_n z^n$$

然后，引导同学们对这两个幂级数进行比较，找到联系和不同。通过该环节的教学，学生不仅可以进一步理解复变函数中幂级数的概念，同时更深层理解两门课程中幂级数之间的差异（如下表）。

	$\sum_{n=0}^{+\infty} a_n x^n$	$\sum_{n=0}^{+\infty} a_n z^n$
相同点	形式一致，收敛、发散的定义一致，都在坐标原点处收敛	
不同点	除了坐标原点外的收敛点在 x 轴上	除了坐标原点外的收敛点在复平面上

2. 问题驱动推进程

幂级数的敛散性是本节课的重点。在讲解时，笔者将课本上的定理以问题的形式呈现出来，将课本中的定理分解成一个个小问题，在教师的引导下，通过提问题—解答一再提问题—再解答——的过程，直到所有问题解决。通过提问、回答的方式，展现知识的发生发展过程调动学生的主观能动性，提高学生参与

教学的积极性，真正成为课堂的主人。

问题 1：幂级数 $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n z^n$ 在 $z=0$ 收敛，除了 $z=0$ 外，它还有其他的收敛点吗？

答案：可能有，可能没有。

问题 2：如果幂级数 $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n z^n$ 有一个非零的收敛点 $z_1 (\neq 0)$ ，能找到更多的收敛点吗？

分析：回到高等数学的幂级数，通过类比的方法，找到圆 $|z|=|z_1|$ 。接着判断幂级数在圆内是否收敛。

结论 1：“远收敛则近收敛。”

问题 3：如果幂级数 $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n z^n$ 有一个非零的发散点 $z_2 (\neq 0)$ ，能找到更多的发散点吗？

分析：类似于问题 2 的方法找到圆 $|z|=|z_2|$ ，圆把复平面分成了两个部分，圆内、外。由于 z_2 是发散点，不能利用问题 2 的结论回答该问题。不妨假设圆外的某一点是收敛点，用反证法分析点的敛散性。

结论 2：“近发散则远发散。”

小结：阿贝尔定理。

问题 4：阿贝尔定理告诉我们，收敛点 z_1 和发散点 z_2 很关键，那么这两个点如何去找呢？

分析：用图形演示，引出收敛圆、收敛半径，并强调收敛圆的重要性。

问题 5：收敛半径如何求解？

分析：将幂级数转化成正项级数，利用正项级数的比值判别法得到收敛半径的求法。

3. 科创融合拓视野

在讲完幂级数收敛后，将应用幂级数的实际案例引进来。如文献 [10] 中提到的应用。通过这一教学环节，学生们体会幂级数是有用的，增强学生学习的内驱力。

(五) 后测

本节课后测设置了两部分：课中测试、课后线下作业。

1. 课中雨课堂三道测试题：幂级数收敛点、发散点各一道题，收敛半径一道；

2. 课后作业主要是课后习题。

(六) 总结

对本节课的知识点进行总结，并提出问题：如果 $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n z^n$ 中 $n < 0$ 时，级数的收敛发散性又如何？引出下节课的内容。

四、教学成效

通过将雨课堂现代化教学工具引入教学，教师能及时了解学生的学习状况，学生能在课前、课中、课后全程参与教学，加强与教师的互动；通过将 BOPPPS 教学模式引入教学中，学生们有的放矢，在参与教学的过程中，提升了发现问题—解决问题的能力；通过将后续专业课程中的实际案例引入课堂，学生了解到复变函数与积分变换课程的重要性，学习的主动性增强，提高学习效率。

参考文献

[1] 舒维星、陈钦俊, 复变函数与积分变换教学的优化设计——以卷积为例, 河南教育学院学报(自然科学版), 2023, 32(3): 23-26.

[2] 张莉、王秋宝, 基于 BOPPS 教学模式的复变函数论教学设计——以“解析函数的概念与柯西-黎曼方程”为例 [J], 大学数学, 2023, 39(4): 113-118.

[3] 王日栋, 示范专业认证下地方本科高校复变函数论课程教学改革研究 [J], 赤峰学院学报(自然科学版), 2023, 39(2): 88-92.

[4] 吴大勇、康定华, “思政元素融入, 线上线下混合”三位一体的《复变函数》教学研究 [J], 内蒙古财经大学学报, 2023, 21(4): 37-40.

[5] 张攀、孙岩松、王文、吴为, 基于 HPM 理念的《复变函数》课程思政探索 [J], 铜陵学院学报, 2024, 1: 116-120.

[6] 司红颖、魏先勇, 复变函数思政教学改革研究与探索 [J], 商丘职业技术学院学报, 2023, 22(3): 78-83.

[7] 草翠萍, 数学专业课程思政建设的探索与实践——以复变函数课程为例 [J], 高教学刊, 2023, 27: 178-181.

[8] 张伟伟, 《复变函数》课程思政元素探析 [J], 潍坊学院学报, 2023, 23(5): 7-8.

[9] 段萍, “双院”育人背景下复变函数课程思政元素的挖掘与融入 [J], 长春大学学报, 2023, 33(12): 101-108.

[10] 汪绍航、边少锋、金立新、叶彤, 椭圆大地测量常用幂级数的第三扁率展开 [J], 测绘科学技术学报, 2012, 38(6).

[11] 金少华、宛艳萍、徐勇、陈秀引、藏婷、程俊明, 幂级数展开式的若干应用 [J], 高教视野, 2022, 28.

[12] 胡寿松, 自动控制原理 [M], 北京: 科学出版社, 2013.03.

[13] J.Proakis、D.Manolakis 著, 方艳梅、刘永清等译, 数字信号处理 [M], 北京: 电子工业出版社, 2014.08.

[14] 同济大学数学系, 高等数学(下册)(第七版) [M], 北京: 高等教育出版社, 2014.07.

[15] 李红、谢松法, 复变函数与积分变换(第五版) [M], 北京: 高等教育出版社, 2018.10.