

装配式预应力锚索框架梁内力计算方法浅析

杜长虹, 李灵君, 赵丹

天水师范学院, 甘肃 天水 741000

摘 要 : 由于地基反力曲线不同、梁变形考虑因素不同, 使得弹性地基上郭氏表法解得装配式预应力锚索框架梁内力不如弹性地基上铁木辛柯梁理论解法及弹性地基上有限元法精确。本文建议采用弹性地基上铁木辛柯梁理论解法及弹性地基上有限元法来求解装配式预应力锚索框架梁内力。比较装配式预应力锚索框架梁内力计算结果表明: 框架梁最大弯矩和最大剪力随着梁长的增加而增大。本文结论对装配式预应力锚索框架梁内力计算起指导作用, 为装配式结构推广出一份力。

关 键 词 : 装配式框架梁; 内力; 计算方法

Analysis of the Internal Force Calculation Method of the Prefabricated Prestressed Anchor Cable Frame Beam

Du Changhong, Li Lingjun, Zhao Dan

Tianshui Normal University, Tianshui, Gansu 741000

Abstract : Due to the different reaction curves of the foundation and the different factors considered for beam deformation, the Guo's table method for solving the internal forces of prefabricated prestressed anchor frame beams on elastic foundations is not as accurate as the theoretical solution of Timoshenko beams on elastic foundations and the finite element method on elastic foundations. This article suggests using the Timoshenko beam theory solution on elastic foundation and the finite element method on elastic foundation to solve the internal forces of prefabricated prestressed anchor frame beams. The comparison of the internal force calculation results of prefabricated prestressed anchor frame beams shows that the maximum bending moment and maximum shear force of the frame beam increase with the increase of beam length. The conclusion of this article provides guidance for the calculation of internal forces in prefabricated prestressed anchor frame beams, and provides a force for the promotion of prefabricated structures.

Key words : assembled frame beam; internal force; calculation method

引言;

装配式预应力锚索框架结构起源于日本, 20世纪90年代起, 预应力锚索框架梁支护结构开始广泛应用于边坡加固中。张勇等^[1]研究了500 kN级预制高强混凝土锚墩的三种结构形式, 针对同等锚固力的日本PC桁格梁进行了结构优化, 并通过室内试验分析验证结构性能。刘华^[2]通过FLAC3D软件对预制梁锚索体系和边坡之间的相互作用进行数值模拟, 并对预制梁进行了初步设计。王全成^[3]通过有限元模拟及室内试验对比研究, 探索构件的受力机制、变形及裂缝的发展过程, 论证使用ANSYS软件设计预应力混凝土构件的可行性。李新华等^[4]对泰安某岩质边坡护坡工程部分采用了十字形预制梁和预应力锚索锚固体系。总之, 目前国内装配式预应力锚索梁的设计研究取得的成果较少, 没有具体分析锚索框架梁的内力计算方法。本文通过对比弹性地基上预应力锚索框架梁的三种内力计算方法, 弹性地基上郭氏表法、弹性地基上铁木辛柯梁理论解^[5-6]、弹性地基上有限元法, 得出每种方法的适用情况, 为预应力锚索框架梁选择内力计算方法提供依据。

一、预制梁内力计算方法

装配式预应力锚索框架结构的预制梁通常为部分预应力的十

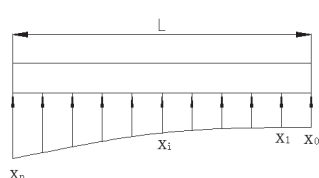
字梁或一字梁(图1), 通过预制十字梁或一字梁中间的直线形预应力钢束对预制梁施加压力作用于边坡, 保证边坡稳定, 同时在预制梁端施加预应力附加弯矩, 提高预制梁的抗弯刚度和抗裂

* 作者简介: 杜长虹(1979.10), 女, 蒙古族, 内蒙古呼伦贝尔人, 甘肃省天水市天水师范学院, 硕士研究生, 副教授, 研究方向: 结构工程。

基金项目: 甘肃省教育厅创新基金项目“装配式预应力锚索框架结构在西北黄土边坡加固中应用研究”(2022B-165); 校级科研项目“装配化桩板式路基抗震稳定性研究”(CYZ2020-02); 校级科研项目“BIM技术在装配式建筑中的应用”(CXT2019-41); 甘肃省教育厅2021年度高等学校创新基金项目(2021B-202)。



> 图1 锚索框架梁



> 图2 郭氏法地基反力分布图

性能。此预制梁内力计算的准确度，与地基反力的分布方式和梁本身的变形情况有关。

（一）弹性地基上郭氏表法^[7]

此法视地基为弹性半无限体，梁变形计算中仅考虑弯曲变形，地基反力按幂级数规律分布，分段数 $n=20$ ，展开是如下，分布图如图2。

$$X_i = \alpha_0 + \alpha_1 \xi + \alpha_2 \xi^2 + \dots + \alpha_{10} \xi^{10} \quad (1)$$

根据梁的静力平衡条件以及梁和地基的变形连续条件，如下式，求出幂级数中待定常数，从而求得基地反力分布和预制梁内力。

$$\sum_{i=1}^n \delta_{ki} X_i - Y_0 - \alpha_k \varphi_0 + \Delta_{kp} = 0, \text{式中 } k=1, 2, \dots, n \quad (2)$$

$$\sum_{k=1}^n X_k - \sum_{k=1}^n P_k = 0 \quad (3)$$

$$\sum_{k=1}^n \alpha_k X_k - \sum_{k=1}^n \alpha_k P_k = 0 \quad (4)$$

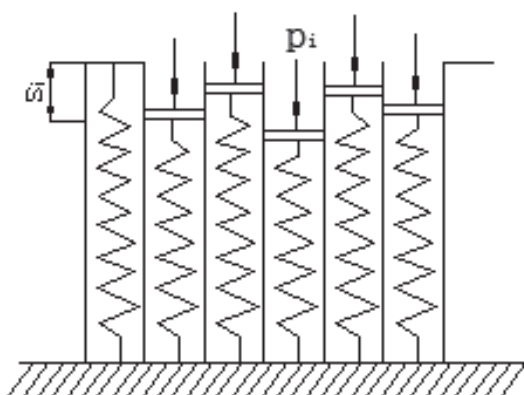
式中， δ_{ki} 、 Δ_{kp} 表示方程式系数及自由项； X_i 表示待求点地基反力； Y_0 、 φ_0 、表示垂直位移及转角； α_k 表示 k 点至梁端距离； P_k 为梁上等等效荷载。

（二）弹性地基上铁木辛柯梁理论解

此法视地基为文克尔地基，梁内力计算考虑梁弯曲变形和剪切变形^[8]。

文克尔地基模型假定地基土表面上任一点处的变形，与该点所承受的压力强度成正比，而与其他点上的压力无关^[9]。文克尔地基模型如图3。

铁木辛柯梁理论两个假设为：①变形前垂直梁中心线的平截面，变形后仍为平面；②考虑剪切变形将引起梁的挠度，会使原来垂直中心面的截面变形后不再垂直，发生翘曲。根据梁的翘曲



> 图3 文克尔地基模型示意图

应与地基变形相协调，推导出梁的控制微分方程如下，解此方程可求得梁内力和地基反力。

$$D \frac{d^4 \omega}{dx^4} - \frac{k_s D}{C} \frac{d^2 \omega}{dx^2} + k_s \omega = q - \frac{D}{C} \frac{d^2 q}{dx^2} \quad (5)$$

式中， D 为梁体抗弯刚度； ω 为梁体位移； x 为沿梁纵向轴线的长度坐标； k_s 为地基系数； C 为梁体抗剪刚度； q 为梁上荷载。

（三）弹性地基上有限元法

此法视地基为文克尔地基，梁内力计算采用梁和地基支撑刚度统一计算的有限元法。

根据预制梁受力与变形之间的关系，进而求解预制梁的内力。受力与变形之间的关系，通过单元刚度矩阵建立，单元刚度矩阵如下。

$$[K]_e = \frac{2E_h J}{L^3} \begin{bmatrix} \gamma_1 & \text{对} & & \\ L\beta_1 & L^2\alpha_1 & & \text{称} \\ -\gamma_2 & -L\beta_2 & \gamma_1 & \\ L\beta_2 & L^2\alpha_2 & -L\beta_1 & L^2\alpha_1 \end{bmatrix}$$

$$\text{式中, } \alpha_1 = \frac{ch\lambda sh\lambda - \cos\lambda \sin\lambda}{sh^2\lambda - \sin^2\lambda} \cdot \lambda, \alpha_2 = \frac{ch\lambda \sin\lambda - sh\lambda \cos\lambda}{sh^2\lambda - \sin^2\lambda} \cdot \lambda$$

$$\beta_1 = \frac{ch^2\lambda - \cos^2\lambda}{sh^2\lambda - \sin^2\lambda} \cdot \lambda^2, \beta_2 = \frac{2sh\lambda \sin\lambda}{sh^2\lambda - \sin^2\lambda} \cdot \lambda^2$$

$$\gamma_1 = 2(\alpha_1\beta_1 - \alpha_2\beta_2), \gamma_2 = 2(\alpha_1\beta_2 - \alpha_2\beta_1)$$

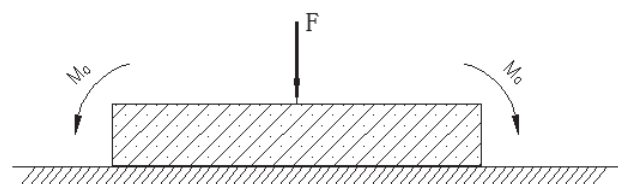
$$\lambda = \frac{L}{S} = L \cdot \sqrt{\frac{K}{4E_h J}}, \text{L为梁长, K为地基系数, } E_h \text{为梁的弹性}$$

模量, J为梁的惯性矩。

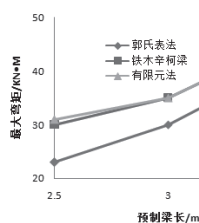
二、分析实例

装配式预应力锚索框架梁十字梁、一字梁，都可以简化为弹性地基上一字梁，梁中间作用有集中的锚固力，梁预应力简化为两个集中力偶作用在梁两端^[10]。计算简图如图4。

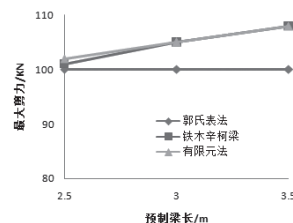
某装配式预制梁，锚固力一定为200kN，预应力梁产生的两端弯矩 $M_0=35\text{kN}\cdot\text{m}$ ，地基系数一定为 $300\text{MN}/\text{m}^3$ ，弹性模量为



> 图4 预制梁简图



> 图5 不同计算方法解得预制梁最大弯矩



> 图6 不同计算方法解得预制梁最大剪力

7000MPa，梁长分别为2.5m、3.0m、3.5m，用弹性地基上郭氏表法、铁木辛柯梁理论解法、有限元法，求解预制梁最大弯矩如图5和最大剪力如图6。由图5、图6可知预制梁最大弯矩和最大剪力随着梁长的增加而增大。

根据三种方法解得的预制梁最大弯矩图5、最大剪力图6可知，弹性地基上郭氏表法求得的内力比弹性地基上铁木辛柯理论解法和弹性地基上有限元法低，随着预制梁长的增大而减小。因为预制梁所受的地基反力不仅与地基土的特性有关而且还与预制梁的对地基土施加的力和预制梁的变形有关，具体分析如下：

一是，郭氏法用单一地基反力曲线拟合不同荷载作用下弹性地基反力分布，与地基反力的实际分布有一定差距。铁木辛柯梁理论解法和有限元法，采用文克尔地基模型，考虑地基上每一点的压应力与变形之间关系，是一种分段逼近拟合地基反力的计算方法，与地基反力的实际分布相接近。

二是，郭氏法预制梁的变形只考虑弯曲变形，比梁的实际变形小，梁长越短相差越多。铁木辛柯梁同时考虑弯曲变形和剪切变形，与梁实际变形更接近。有限元法考虑了梁的弯曲变形、剪切变形、轴向变形，与梁实际变形最接近。

因此，建议应用弹性地基上铁木辛柯梁理论解法或弹性地基上有限元法求解装配式预应力锚索框架梁内力。

三、结论

（1）装配式预应力锚索框架梁用弹性地基上郭氏表法解得的内力存在误差，建议应用弹性地基上铁木辛柯梁理论解法或弹性地基上有限元法求解。

（2）装配式预应力锚索框架梁最大弯矩、最大剪力都会随着梁长的增加而增大。

参考文献：

[1]张勇,王全成,杨栋,等. 500kN级预制高强混凝土锚墩产品研究与工程应用[C]//中国地质学会工程地质专业委员会. 2015年全国工程地质学术年会论文集. 北京:《工程地质学报》编辑部,2015: 5.

[2]刘华. 预制混凝土锚固体系的设计方法研究[D]. 成都:西南交通大学,2015.

[3]王全成. 预制高强预应力混凝土格构试验与数值模拟研究[J]. 探矿工程(岩土钻掘工程),2012,39(12): 36-39.

[4]李新华,王涛. 泰安某岩质高边坡综合治理与坡面绿化设计方案探讨[J]. 工程建设与设计,2014(11): 60-62,66.

[5]YIN J H. Closed-form Solution for Reinforced Timoshenko Beam on Elastic Foundation[J]. Journal of Engineering Mechanics,2000,126(8): 868-874.

[6]YIN J H. Comparative Modeling Study of Reinforced Beam on Elastic Foundation[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering,2000,126(3): 265-271.

[7]廖理扬. 弹性地基梁两种内力计算方法比较[J]. 武汉水利电力大学学报,1997,30(2): 45-48.

[8]魏少伟等. 基于铁木辛柯梁理论解的装配式预应力锚索框架梁受力特征分析[J]. 铁道建筑,2021,61(11): 78-81.

[9]周景星等. 基础工程[D]. 北京:清华大学出版社,2015.

[10]华东水利学院. 水工设计手册(Ⅰ)基础理论. 北京:水利电力出版社,1983.